

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN**  
**FACULTAD POLITÉCNICA**  
**INGENIERÍA EN ENERGÍA**  
**PLAN 2015**  
**PROGRAMA DE ESTUDIOS**

Resolución N° 18/25/10-00 Acta N° 1040/03/12/2018 - ANEXO 05

**I. - IDENTIFICACIÓN**

- |                                    |                  |
|------------------------------------|------------------|
| 1. Asignatura                      | : Álgebra Lineal |
| 2. Nivel                           | : Primero        |
| 3. Horas semanales                 | : 6 horas        |
| 3.1. Clases teóricas               | : 3 horas        |
| 3.2. Clases prácticas              | : 3 horas        |
| 4. Total real de horas disponibles | : 96 horas       |
| 4.1. Clases teóricas               | : 48 horas       |
| 4.2. Clases prácticas              | : 48 horas       |

**II. - JUSTIFICACIÓN**

El Álgebra Lineal estaba hace no muchos años, destinada solamente a los estudiantes de matemáticas y física y a aquellas personas que necesitaban conocimientos de la teoría de matrices para trabajar en áreas técnicas, como estadística multivariada, por ejemplo.

En la actualidad, se estudia el Álgebra Lineal en muchas disciplinas debido a la invención de las computadoras de alta velocidad y también, debido al aumento general de las aplicaciones de las matemáticas en áreas que tradicionalmente no son técnicas.

**III. - OBJETIVOS**

1. Resolver sistemas de ecuaciones mediante matrices.
2. Analizar los posibles casos que puedan presentarse al resolver sistemas de ecuaciones
3. Aplicar el concepto de espacio vectorial para el estudio de los elementos matemáticos.
4. Aplicar los operadores lineales en diversas transformaciones.
5. Describir los conceptos que integran el estudio del Álgebra Lineal para su aplicación en otros temas.

**IV. - PRE - REQUISITO**

- No tiene

**V. - CONTENIDO**

**5.1. Unidades programáticas**

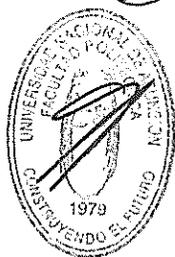
1. Matrices.
2. Espacios vectoriales.
3. Transformaciones lineales.
4. Valores propios, vectores propios y formas canónicas.

**5.2. Desarrollo de las unidades programáticas**

1. Matrices.
  - 1.1. Definición.
  - 1.2. Orden.
  - 1.3. Igualdad de matrices.
  - 1.4. Operaciones con matrices.
    - 1.4.1. Suma de matrices.
    - 1.4.2. Multiplicación de una matriz por un escalar.
    - 1.4.3. Multiplicación de dos matrices.
      - 1.4.3.1. Propiedad asociativa.
      - 1.4.3.2. Propiedad distributiva.
  - 1.5. Matriz transpuesta.
    - 1.5.1. Propiedades.
    - 1.5.2. Matriz simétrica.
  - 1.6. Operaciones elementales entre filas.
    - 1.6.1. Definición.
    - 1.6.2. Matrices equivalentes.
    - 1.6.3. Matrices escalonadas.
    - 1.6.4. Rango de una matriz.
  - 1.7. Matrices elementales.
    - 1.7.1. Definición.
    - 1.7.2. Propiedades.
  - 1.8. Matrices inversas.
    - 1.8.1. Definición.
    - 1.8.2. Relación entre matrices elementales y matrices inversas.
    - 1.8.3. Condición para que una matriz cuadrada sea invertible.
  - 1.9. Matriz triangular superior y matriz triangular inferior.



- 1.10. Sistemas de ecuaciones lineales.
  - 1.10.1. Representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales.
  - 1.10.2. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
    - 1.10.2.1. Sistema con solución única.
    - 1.10.2.2. Sistema con infinitas soluciones.
    - 1.10.2.3. Sistema sin solución.
    - 1.10.2.4. Sistemas equivalentes y condiciones para que un sistema tenga solución única, tenga infinitas soluciones o no tenga soluciones.
- 1.11. Sistemas de  $m$  ecuaciones con  $n$  incógnitas.
  - 1.11.1. Eliminación por renglones.
  - 1.11.2. Eliminación de Gauss-Jordan.
  - 1.11.3. Sistemas consistentes e inconsistentes.
  - 1.11.4. Eliminación gaussiana.
  - 1.11.5. Sistemas de ecuaciones homogéneas.
    - 1.11.5.1. Soluciones triviales.
    - 1.11.5.2. Soluciones no triviales.
    - 1.11.5.3. Infinitas soluciones.
- 1.12. Factorizaciones LU de una matriz.
  - 1.12.1. Teorema de factorización LU.
  - 1.12.2. Uso de la factorización LU para resolver sistemas de ecuaciones.
  - 1.12.3. Matriz de permutación PA.
  - 1.12.4. Relaciones entre PA y LU.
- 1.13. Determinantes.
  - 1.13.1. Definición.
  - 1.13.2. Propiedades
  - 1.13.3. Cálculo de determinantes.
  - 1.13.4. Condiciones para que una matriz sea invertible
  - 1.13.5. Interpretación geométrica del determinante de una matriz de orden 2
  - 1.13.6. Menor de una matriz.
  - 1.13.7. Cofactor de una matriz.
  - 1.13.8. Adjunta
  - 1.13.9. Cálculo de la inversa de una matriz utilizando la adjunta y el determinante.
  - 1.13.10. Regla de Cramer.
2. Espacios vectoriales.
  - 2.1. Definición.
  - 2.2. Axiomas.
  - 2.3. Ejemplos de espacios vectoriales.
  - 2.4. Sub-espacios.
    - 2.4.1. Definición.
    - 2.4.2. Condiciones para que un subconjunto sea un sub-espacio.
    - 2.4.3. Ejemplos.
    - 2.4.4. Intersección de dos sub-espacios.
  - 2.5. Combinación lineal.
    - 2.5.1. Definición.
    - 2.5.2. Conjunto generador.
    - 2.5.3. Espacio generado por un conjunto de vectores.
  - 2.6. Independencia lineal.
    - 2.6.1. Vectores linealmente independientes.
    - 2.6.2. Vectores linealmente dependientes.
  - 2.7. Interpretación geométrica de la dependencia lineal en  $\mathbb{R}^3$
  - 2.8. Condiciones para que un conjunto de  $n$  vectores sea linealmente dependiente.
    - 2.8.1. Base.
      - 2.8.1.1. Definición.
      - 2.8.1.2. Base canónica.
      - 2.8.1.3. Dimensión de un espacio vectorial.
      - 2.8.1.4. Base para el espacio de solución de un sistema homogéneo.
  - 2.9. Rango, nulidad, espacio de los renglones y espacios de las columnas de una matriz.
    - 2.9.1. Espacio nulo (kernel).
    - 2.9.2. Nulidad de una matriz.
    - 2.9.3. Imagen de una matriz.
    - 2.9.4. Rango de una matriz.
    - 2.9.5. Espacio de los renglones de una matriz.
    - 2.9.6. Espacio de las columnas de una matriz.
  - 2.10. Cambio de base.
    - 2.10.1. Concepto.
    - 2.10.2. Matriz transición.
    - 2.10.3. Procedimiento para encontrar la matriz transición de la base canónica a otra base.
  - 2.11. Producto interno
    - 2.11.1. Definición.
    - 2.11.2. Ejemplos
    - 2.11.3. Propiedades
  - 2.12. Bases ortonormales y proyecciones en  $\mathbb{R}^n$ 
    - 2.12.1. Conjunto ortonormal.
    - 2.12.2. Longitud o norma de un vector.
    - 2.12.3. Proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt.



- 2.12.4. Matriz ortogonal.
- 2.12.5. Proyección ortogonal.
- 2.12.6. Complemento ortogonal.
- 3. Transformaciones lineales.
  - 3.1. Definición.
  - 3.2. Notación.
  - 3.3. Clases de transformaciones (ejemplos).
  - 3.4. Propiedades de las transformaciones lineales.
    - 3.4.1. Teoremas.
    - 3.4.2. Imagen.
    - 3.4.3. Núcleo.
  - 3.5. Representación matricial de una transformación lineal.
    - 3.5.1. Teoremas.
    - 3.5.2. Matriz de transformación.
      - 3.5.2.1. Definición.
      - 3.5.2.2. Propiedades.
      - 3.5.2.3. Teoremas.
  - 3.6. Geometría de las transformaciones lineales de  $\mathbb{R}^2$  en  $\mathbb{R}^2$ .
  - 3.7. Isomorfismos.
    - 3.7.1. Transformación inyectiva (o transformación uno a uno).
    - 3.7.2. Transformación suprayectiva (o transformación sobre).
    - 3.7.3. Definición de isomorfismo.
    - 3.7.4. Espacios vectoriales isomorfos.
    - 3.7.5. Propiedades.
    - 3.7.6. Teoremas.
- 4. Valores propios, vectores propios.
  - 4.1. Definición.
  - 4.2. Valores y vectores propios de matrices dadas.
  - 4.3. Ecuación característica.
  - 4.4. Polinomio característico.
  - 4.5. Espacio propio.
  - 4.6. Teoremas.
  - 4.7. Procedimiento para calcular valores y vectores propios.
  - 4.8. Multiplicidades algebraica y geométrica.

## VI. - ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

- Clases expositivas participativas
- Técnicas individuales y grupales para resolución de ejercicios.
- Elaboración y presentación de trabajos prácticos.

## VII. - MEDIOS AUXILIARES

1. Pizarra.
2. Marcadores.
3. Borrador de pizarra.
4. Materiales bibliográficos.
5. Equipos multimediales.

## VIII. - EVALUACIÓN

- Acorde a la Reglamentación y Normativas vigentes en la Facultad Politécnica.

## IX. - BIBLIOGRAFÍA

- Apostol, T. M. (1980). *Calculus*. Volumen II. (2° Ed.). Barcelona: Reverté.
- Lipschutz, S. (1996). *Álgebra Lineal*. (2° Ed.). España: McGraw-Hill.
- Marcus, M. & Minc, H. (1973). *Elementos de Álgebra Lineal*. México: Limusa.
- Mostow, G. D. & Sampson, J. H. (1972). *Álgebra Lineal*. México: McGraw-Hill.
- Paige, L. J. & Dean Swift, J. (1967). *Elementos de Álgebra Lineal*. España: Reverté.

## DISPONIBLES EN LA COLECCIÓN DE LA BIBLIOTECA DE LA FP-UNA

- Anton, H. (2016). *Introducción al álgebra lineal*. (5° Ed.). México: Limusa.
- Burgos Román, J. (2006). *Álgebra lineal y geometría cartesiana*. (3° Ed.). Madrid: McGraw-Hill.
- Delvalle Sotelo, J. C. (2012) *Álgebra lineal para estudiantes de ingeniería y ciencias*. México: McGraw-Hill
- Grossman S., S. I. & Flores Godoy, J. J. (2012). *Álgebra lineal*. (7° Ed.). México: McGraw-Hill.
- Hernández Rodríguez, E., Vázquez Gallo, M. J. & Zurro Moro, M. Á. (2012). *Álgebra lineal y geometría*. (3° Ed.). Madrid: Pearson Educación.
- Larson, R. (2013). *Fundamentos de álgebra lineal*. (7° Ed.). México: CENGAGE Learning.
- Lay, D. C. (2012). *Álgebra lineal y sus aplicaciones*. (4° Ed.) México: México
- Nicholson, W. K. (2003). *Álgebra lineal con aplicaciones*. (4° Ed.). Madrid: McGraw-Hill.
- Poole, D. (2011). *Álgebra lineal, una introducción moderna*. (3°Ed.). México: CENGAGE Learning.