

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN**  
**FACULTAD POLITÉCNICA**  
**INGENIERÍA AERONÁUTICA**  
**PLAN 2012**  
**PROGRAMA DE ESTUDIOS**

Resolución N° 17/20/06-00 Acta N° 1008/25/09/2017 - ANEXO 01

### **I. - IDENTIFICACIÓN**

1.	Asignatura	: Geometría Analítica y Vectores
2.	Nivel	: Primero
3.	Horas semanales	: 5 horas
3.1.	Clases teóricas	: 3 horas
3.2.	Clases prácticas	: 2 horas
4.	Total real de horas disponibles	: 80 horas
4.1.	Clases teóricas	: 48 horas
4.2.	Clases prácticas	: 32 horas

### **II. - JUSTIFICACIÓN**

La Geometría y el Álgebra se han desarrollado lentamente, paso a paso como disciplinas matemáticas distintas, hasta que el Filósofo francés René Descartes, unificó estas dos ramas de las matemáticas, con la publicación de su libro La Géométrie.

La importancia del estudio de la misma radica en que permite aplicar con eficacia los métodos algebraicos mediante los sistemas de coordenadas. Además, permite representar gráficamente las ecuaciones algebraicas.

Si bien la Geometría Analítica se ha estudiado por miles años por sus valores intrínsecos, hoy en día se la estudia también como un curso preparatorio para el cálculo.

### **III. - OBJETIVO GENERAL**

Investigar los métodos algebraicos de sistemas de coordenadas para representar las ecuaciones algebraicas

### **IV. - OBJETIVOS ESPECIFICOS**

1. Utilizar situaciones problemáticas utilizando sistemas de coordenadas rectangulares en el plano.
2. Utilizar situaciones problemáticas sistemas de coordenadas polares en el plano.
3. Determinar la ecuación de rectas a partir de diferentes elementos.
4. Resolver problemas con las secciones cónicas.
5. Operar con vectores en el espacio.
6. Utilizar vectores en el estudio de la geometría analítica del espacio.
7. Definir las ecuaciones de superficies
8. Graficar superficies cuádricas.

### **V. - PRE-REQUISITO**

No tiene

### **VI. - CONTENIDO**

#### **6.1. Unidades programáticas**

1. Sistemas de coordenadas rectangulares en el plano
2. Vectores
3. La recta
4. El plano
5. La circunferencia
6. La parábola
7. La elipse
8. La hipérbola
9. Ecuación de segundo grado
10. Coordenadas polares
11. Superficies

#### **6.2. Desarrollo de las unidades programáticas**

1. Sistemas coordenadas rectangulares en el espacio y en el plano
  - 1.1. Coordenadas rectangulares
    - 1.1.1. Concepto
    - 1.1.2. Ejes
    - 1.1.3. Coordenada de un punto
    - 1.1.4. Distancia entre dos puntos
    - 1.1.5. Punto que divide a un segmento en una razón dada

- 1.2. Transformación de coordenadas cartesianas
  - 1.2.1. Traslación de ejes
  - 1.2.2. Rotación de ejes
  - 1.2.3. Rotación y traslación
2. Vectores
  - 2.1. Vectores: Concepto.
  - 2.2. Vectores .Posición
  - 2.3. Versores- Versores  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$
  - 2.4. Norma de un vector
    - 2.4.1. Definición
    - 2.4.2. Propiedades
  - 2.5. Descomposición de un vector en el espacio.
  - 2.6. Vectores iguales. Definición
  - 2.7. Vectores paralelos o colineales
  - 2.8. Suma de vectores
    - 2.8.1. Definición
    - 2.8.2. Interpretación geométrica
  - 2.9. Producto de un escalar por un vector
    - 2.9.1. Definición
    - 2.9.2. Interpretación geométrica
  - 2.10. Vector nulo o cero
  - 2.11. Vector opuesto – Diferencia de vectores
    - 2.11.1. Definición
    - 2.11.2. Interpretación geométrica
  - 2.12. Producto escalar
    - 2.12.1. Definición
    - 2.12.2. Propiedades
    - 2.12.3. Ángulo entre dos vectores
    - 2.12.4. Desigualdad de Cauchy – Schwarz
    - 2.12.5. Desigualdad Triangular
    - 2.12.6. Ortogonalidad de vectores
    - 2.12.7. Ángulos y cosenos directores
    - 2.12.8. Proyección de un vector sobre otro
  - 2.13. Producto vectorial
    - 2.13.1. Definición- Uso de determinantes
    - 2.13.2. Propiedades
    - 2.13.3. Interpretación geométrica del módulo
    - 2.13.4. Áreas de triángulos y polígonos en función de sus vértices
    - 2.13.5. Vectores perpendiculares a otros
  - 2.14. Producto mixto
    - 2.14.1. Definición
    - 2.14.2. Interpretación geométrica
    - 2.14.3. Volumen del tetraedro
    - 2.14.4. Vectores coplanares
  - 2.15. Combinación lineal de vectores
3. La recta
  - 3.1. Concepto en  $\mathbb{R}^3$
  - 3.2. Ecuaciones. Condiciones.
    - 3.2.1. Ecuación vectorial.
    - 3.2.2. Ecuaciones paramétricas
    - 3.2.3. Ecuación cartesiana – recta que pasa por dos puntos
    - 3.2.4. Ecuaciones simétricas
    - 3.2.5. Ecuaciones segmentarias o reducidas
  - 3.3. Haz o familia de rectas
  - 3.4. Cosenos directores de una recta orientada
    - 3.4.1. Definición
    - 3.4.2. Ecuación normal de la recta
  - 3.5. Distancia de un punto a una recta
  - 3.6. Representación gráfica de una recta
  - 3.7. Intersección de rectas
  - 3.8. Posiciones relativas de dos rectas
  - 3.9. Ángulo entre rectas
  - 3.10. Condiciones de paralelismo y perpendicularidad entre rectas
  - 3.11. Recta ortogonal a otras dos rectas
4. El plano
  - 4.1. Ecuación general
  - 4.2. Determinación de planos. Casos.
  - 4.3. Planos paralelos a los planos y ejes coordenados
  - 4.4. Ángulo entre planos

- 4.5. Condición de paralelismo y perpendicular entre dos planos
- 4.6. Ángulo entre recta y plano
- 4.7. Intersección de dos planos. Recta intersección. Ecuación general de la recta
- 4.8. Ecuación segmentaria.
- 4.9. Distancia de un punto a un plano
- 4.10. Distancia entre planos paralelos
- 4.11. Distancia entre rectas alabeadas
5. La circunferencia
  - 5.1. Definición
  - 5.2. Elementos
  - 5.3. Ecuación
    - 5.3.1. Ecuación canónica
    - 5.3.2. Ecuación general
  - 5.4. Análisis del discriminante de la ecuación general
    - 5.4.1.  $D^2 + E^2 - 4F > 0$
    - 5.4.2.  $D^2 + E^2 - 4F < 0$
    - 5.4.3.  $D^2 + E^2 - 4F = 0$
  - 5.5. Posiciones relativas con una recta
    - 5.5.1. Secantes
    - 5.5.2. Tangentes
    - 5.5.3. Exteriores
  - 5.6. Posiciones relativas con otra circunferencia
    - 5.6.1. Secantes
    - 5.6.2. Tangentes
    - 5.6.3. Exteriores
    - 5.6.4. Interiores
  - 5.7. Eje radical. Definición
  - 5.8. Potencia de un punto con respecto a una circunferencia
  - 5.9. Haz de circunferencias
6. La parábola
  - 6.1. Definición
  - 6.2. Elementos
  - 6.3. Ecuación
  - 6.4. Posiciones
    - 6.4.1. Vértice en el origen de coordenadas
    - 6.4.2. Vértice trasladado
    - 6.4.3. Concavidad hacia arriba
    - 6.4.4. Concavidad hacia abajo
    - 6.4.5. Parábola rotada y trasladada
  - 6.5. Intersección
    - 6.5.1. Con una recta
    - 6.5.2. Con otra parábola
    - 6.5.3. Con una circunferencia
  - 6.6. Parábolas homofocales
  - 6.7. Aplicación de las parábolas
7. La elipse
  - 7.1. Definición
  - 7.2. Elementos
  - 7.3. Ecuación
  - 7.4. Posiciones
    - 7.4.1. Centro en el origen de coordenadas
    - 7.4.2. Centro trasladado
      - 7.4.2.1. Eje mayor paralelo al eje de abscisas
      - 7.4.2.2. Eje mayor paralelo al eje de ordenadas
    - 7.4.3. Elipse rotada y trasladada
    - 7.4.4. Intersección
      - 7.4.4.1. Con una recta
      - 7.4.4.2. Con una circunferencia
      - 7.4.4.3. Con una parábola
      - 7.4.4.4. Con otra elipse
8. La hipérbola
  - 8.1. Definición
  - 8.2. Elementos
  - 8.3. Hipérbola equilátera
  - 8.4. Hipérbolas conjugadas
  - 8.5. Ecuaciones
  - 8.6. Posiciones
    - 8.6.1. Centro en el origen
    - 8.6.2. Centro trasladado
      - 8.6.2.1. Eje real paralelo al eje de abscisas

- 8.6.2.2. Eje real paralelo al eje de ordenadas
- 8.6.3. Hipérbola rotada y trasladada
- 8.7. Intersección
  - 8.7.1. Con una recta
  - 8.7.2. Con una circunferencia
  - 8.7.3. Con una parábola
  - 8.7.4. Con una elipse
  - 8.7.5. Con otra hipérbola
- 9. Ecuación de segundo grado
  - 9.1. Ecuación general y completa de segundo grado
  - 9.2. Discriminantes
- 10. Coordenadas polares
  - 10.1. Concepto
  - 10.2. Elementos
    - 10.2.1. Eje polar
    - 10.2.2. Polo
  - 10.3. Ubicación de un punto en el sistema de coordenadas polares
    - 10.3.1. Radio vector
    - 10.3.2. Ángulo polar
  - 10.4. Relación entre los puntos en el sistema de coordenadas rectangulares con el sistema de coordenadas polares
  - 10.5. Representación gráfica de funciones en el sistema de coordenadas polares
  - 10.6. Ecuación de cónicas en coordenadas polares
- 11. Superficies. Análisis y gráfica.
  - 11.1. Esfera
  - 11.2. Elipsoide
  - 11.3. Hiperboloide de una hoja
  - 11.4. Hiperboloide de dos hojas
  - 11.5. Paraboloides hiperbólico
  - 11.6. Superficies cónicas
  - 11.7. Superficies cilíndricas

## VII. - ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

- Presentación de la teoría con diferentes técnicas.
- Técnicas individuales y grupales para resolución de ejercicios.
- Elaboración y presentación de trabajos prácticos.

## VIII. - MEDIOS AUXILIARES

1. Pizarra.
2. Marcadores.
3. Borrador de pizarra.
4. Material bibliográfico.
5. Equipo multimedia.

## IX. - EVALUACIÓN

- El estudiante deberá presentarse a dos Exámenes Parciales. Podrá presentarse al Tercer Examen Parcial el estudiante que haya obtenido un promedio inferior a 50% en los dos primeros exámenes parciales o que no se haya presentado en uno de ellos. Bajo esta situación, el promedio se realizará con las dos mejores puntuaciones.
- El promedio de los exámenes parciales será uno de los requisitos que habilite para el Examen Final, de acuerdo con la siguiente escala:
  1. Promedio igual o mayor a sesenta por ciento (60%), a partir del Primer Examen Final.
  2. Promedio igual o mayor a cincuenta por ciento (50%), a partir del Segundo Examen Final.
  3. Promedio inferior a 50%, el estudiante deberá volver a cursar la asignatura.
- Para tener derecho al Examen Final, el estudiante deberá cumplir con lo siguiente:
  1. Haber aprobado las asignaturas pre-requisitos.
  2. Tener el promedio habilitante.
  3. Cumplir con el porcentaje de asistencia mínimo, conforme a lo estipulado en la Planilla de Cátedra.
  4. Otros requisitos exigidos por la Cátedra, establecidos en la Planilla de Cátedra.

## X. - BIBLIOGRAFÍA

- Lehman Charles H. (1992). *Geometría Analítica*. (16ª Ed.). México: Limusa Grupo Noriega Editores.
- Kletenik D. (1968). *Problemas de Geometría Analítica*. Moscú: Editorial Mir.

**MATERIALES BIBLIOGRÁFICOS DISPONIBLES EN LA BIBLIOTECA DE LA FACULTAD POLITÉCNICA**

- ❑ Clayton, J. D. (2014). *Differential Geometry And Kinematics Of Continua*. New Jersey: World Scientific.
- ❑ Curtis, P.C. (1976). *Cálculo con una introducción a los vectores*. México: Editorial Limusa.
- ❑ Di Pietro, D. (1981). *Geometría Analítica del plano y del espacio y nomografía*. Buenos Aires: Alsina.
- ❑ Fuller, G. & Tarwater D. (1986). *Geometría Analítica*. Estados Unidos: Addison Wesley Iberoamericana.
- ❑ Kindle, J. H. (1991). *Geometría Analítica Plana y del Espacio*. México: Mc. Graw Hill.
- ❑ Kishimoto, T., Kojima, H., Masuda, K., & World Scientific. (2013). *Affine Algebraic Geometry – Proceedings Of The Conference*. Singapore: World Scientific.
- ❑ Kozak, A.M., Pastorelli, S. & Vardanega, P. (coord.). (2007). *Nociones de geometría analítica y álgebra lineal*. México: McGraw-Hill.
- ❑ Lehman Charles H. (1992). *Geometría Analítica*. México: Limusa Grupo Noriega Editores.
- ❑ Oteyza, E., Lam Osnaya, E., Gomez Ortega, J. A., Ramírez Flores, A. & Hernández García, C. (1994). *Geometría Analítica*. México: Prentice Hall.
- ❑ Ricart, J.J. (s. f.). *Vectores & geometría analítica*. Asunción: AGR.
- ❑ Steinbruch, A. (1987). *Geometría Analítica*. San Paulo: McGraw-Hill.
- ❑ Von Lücken, J. R. (1973). *Matemáticas VII: vectores y geometría analítica*. Asunción: Universidad Nacional de Asunción.
- ❑ Wentworth, G. A., & Hiperlink. (2014). *Plane Geometry*. Istanbul: Hiperlink.