



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD POLITÉCNICA
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN

Anexo I

Estructura de Presentación de Propuestas

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN

Facultad Politécnica

**CONVOCATORIA PARA PRESENTACIÓN DE
PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN**

FORMULARIO DE PRESENTACIÓN

PERFIL DEL PROYECTO

1. Título del Proyecto. Investigador/a Principal y Coinvestigadores

Mejoras Adaptativas al Método LGMRES(m, l) para la Resolución Eficiente de Sistemas Lineales Dispersos con Estancamiento.

2. Resumen del proyecto

El presente proyecto tiene como finalidad el desarrollo y validación de mejoras al método iterativo LGMRES(m, l) adaptativo, una variante del algoritmo LGMRES diseñada para superar el estancamiento en la convergencia durante la resolución de sistemas lineales dispersos no simétricos, típicos en simulaciones científicas y de ingeniería de gran escala. Este método, basado en subespacios de Krylov y control proporcional discreto, ajusta dinámicamente el parámetro de reinicio m en respuesta al comportamiento del residuo, enriqueciendo además el subespacio de búsqueda con aproximaciones de error de ciclos anteriores.



CAMPUS DE LA UNA
SAN LORENZO-PARAGUAY

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD POLITÉCNICA
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN

El proyecto comprende los siguientes componentes: (1) análisis teórico de las condiciones que generan estancamiento en métodos de Subespacio de Krylov, (2) implementación computacional y optimización del controlador adaptativo, (3) validación numérica del método mejorado y comparación con métodos implementados en el KrysBAS, utilizando matrices de la colección *SuiteSparse Matrix Collection*, y (4) comunicación de los resultados mediante una ponencia y publicación en los proceedings del Congreso Ibero-Latinoamericano de Métodos Computacionales en Ingeniería (CILAMCE 2025), así como un workshop del Grupo de Computación Científica y Matemática Aplicada (CCyMA) de la FPUNA.

Este trabajo contribuirá al desarrollo de métodos numéricos más robustos y eficientes, y busca además fortalecer la formación de estudiantes de grado y posgrado, consolidando redes de colaboración científica en el área de computación científica y métodos iterativos.

3. Equipo de investigadores

Nombre	Formación / grado académico	Sede/Grupo de Investigación/Carretera	Función y actividad en el proyecto
Juan Carlos Cabral Figueredo	Ingeniero Electromecánico/Doctor en Ciencias de la Computación.	San Lorenzo /NIDTEC-FPUNA G.I. CCyMA (Computación Científica y Matemática Aplicada)	Investigador Principal. Responsable de la ejecución, difusión de resultados y rendición.
Jhabriel Daniel Varela Estigarribia	Ingeniero Químico / PhD en Matemáticas Aplicadas	San Lorenzo /NIDTEC-FPUNA G.I. CCyMA (Computación Científica y	Investigador emergente. Encargado de los métodos numéricos computacionales y revisión de



CAMPUS DE LA UNA
SAN LORENZO-PARAGUAY

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD POLITÉCNICA
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN

		Matemática Aplicada)	resultados.
Gustavo Espínola Mena	Ingeniero Electrónico / Estudiante de Maestría en Ciencias de la Computación FPUNA	San Lorenzo / Maestría en Ciencias de la Computación FPUNA	Investigador en formación. Encargado de los métodos numéricos computacionales y la presentación de resultados.
Gerardo Luis Andres Ortiz Cantero	Estudiante de la Licenciatura en Ciencias de la Informática (LCIK)	San Lorenzo / Licenciatura en Ciencias de la Informática (LCIK)	Investigador principiante. Encargado de documentación de métodos numéricos.

4. Área y especialidad de la propuesta

Las áreas y especialidades de la propuesta se encuentran en el Manual de Frascati 2015 bajo los códigos:

- a. 1. Ciencias naturales, 1.1 Matemática
- b. 1. Ciencias Naturales, 1.2 Ciencias de la Información y Comunicación.
- c. 1. Ciencias Naturales, 1.7 Otras Ciencias Naturales: Ciencias de la Computación y Matemática Aplicada.

El proyecto contribuye al cumplimiento de la Política Nacional de Ciencia y Tecnología Paraguay 2017-2030 del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) en su Objetivo Estratégico 2: Desarrollar capacidades nacionales para la generación de conocimiento en ciencia y tecnología, Estrategias: Fortalecimiento de Capital Humano para la I+D (introducir mecanismos que faciliten la



CAMPUS DE LA UNA
SAN LORENZO-PARAGUAY

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN

FACULTAD POLITÉCNICA

DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN

acción afirmativa hacia la creación de experiencia en jóvenes investigadores), Asociación y Redes (promover la creación de redes de investigadores [...] a nivel nacional e internacional para el fortalecimiento de capacidades y el intercambio de buenas prácticas).

El proyecto se enmarca dentro de los Objetivos Estratégicos de la Facultad Politécnica, específicamente en el Objetivo Estratégico relacionado a Resultados y Grupos de Interés, N° 2, Incrementar de manera sostenida la producción científica y tecnológica. Además se enmarca en el Plan de Desarrollo 2030 para el Paraguay en el EJE 2 (CRECIMIENTO ECONÓMICO INCLUSIVO), OBJETIVO ESTRATÉGICO 2.2: PROPICIAR LA COMPETITIVIDAD Y LA INNOVACIÓN, Estrategia 2.2.4 Investigación, desarrollo tecnológico, innovación y educación superior.

Los objetivos del proyecto propuesto están enmarcados dentro de la línea de investigación activa de la FPUNA, específicamente Álgebra Lineal Numérica, Métodos Numéricos, Control y Dinámica de fluidos, Análisis y algoritmos.

Además, se alinea a los Objetivos de Desarrollo Sustentable de la ONU:

4 Educación de calidad.

4.3 De aquí a 2030, asegurar el acceso igualitario de todos los hombres y las mujeres a una formación técnica, profesional y superior de calidad, incluida la enseñanza universitaria.

9 Industria, innovación e infraestructura.

9.5 Aumentar la investigación científica y mejorar la capacidad tecnológica de los sectores industriales de todos los países, en particular los países en desarrollo, entre otras cosas fomentando la innovación y aumentando considerablemente, de aquí a 2030, el número de personas que trabajan en investigación y desarrollo por millón de habitantes y los gastos de los sectores público y privado en investigación y desarrollo.

9.b Apoyar el desarrollo de tecnologías, la investigación y la innovación nacionales en los países en desarrollo, incluso garantizando un entorno normativo propicio a la diversificación industrial y la adición de valor a los productos básicos, entre otras cosas.

5. Objetivos del proyecto

Objetivo General

Desarrollar mejoras al método LGMRES(m, l) adaptativo mediante estrategias avanzadas que permitan superar el estancamiento en la convergencia durante la resolución iterativa de sistemas lineales dispersos no simétricos, optimizando su desempeño en términos de eficiencia computacional y robustez numérica.

Objetivos Específicos

1. Analizar teóricamente las causas del estancamiento en el método LGMRES(m, l) y caracterizar las condiciones que afectan su desempeño en la resolución iterativa de sistemas lineales dispersos.
2. Diseñar estrategias adaptativas mejoradas para la actualización dinámica del parámetro de reinicio m, utilizando estrategias de Teoría de Control y análisis del comportamiento del residuo.
3. Validar experimentalmente el método propuesto mediante pruebas con matrices de problemas reales, comparando su desempeño frente a GMRES(m), LGMRES(m, l) y GMRES-E en términos de número de ciclos, tiempo de cómputo y robustez frente al estancamiento.
4. Divulgar contribuciones científicas en un congreso internacional buscando establecer redes de trabajo en el área que permitan el afianzamiento de estudiantes de Grado y Posgrado de la FPUNA.

6. Resultados esperados y los medios para verificarlos

A continuación se presentan los resultados, objetivos específicos asociados y medios de verificación:

1. Formulación de criterios teóricos para identificar y predecir el estancamiento del LGMRES(m,l) adaptativo. Asociado al Objetivo específico 1. Medio de verificación: Documento técnico con análisis teórico en informes intermedios del proyecto.
2. Algoritmo mejorado del LGMRES(m.l) adaptativo con validación preliminar mediante pruebas computacionales y documentado en el repositorio del KrysBAS. Asociado al Objetivo específico 1.
3. Resultados cuantitativos que demuestren mejoras en desempeño y robustez del método propuesto respecto a los métodos comparativos. Asociado al Objetivo específico 3. Medio de verificación: Informe técnico con tablas comparativas, gráficos de convergencia, tiempos de ejecución; las cuales serán presentadas en el CILAMCE 2025.
4. Presentación de una ponencia en Mini Simposio del CILAMCE y publicación del trabajo completo en el *proceedings* (ISSN 26756269) del evento. Asociado al Objetivo específico 4. Medio de verificación: Certificado de presentación, *proceedings* del congreso y difusión institucional de la actividad.

7. Antecedentes y Justificación

La resolución de sistemas lineales dispersos es el paso que requiere más tiempo en la ejecución de simulaciones de problemas físicos. La resolución iterativa suele basarse en la proyección sobre subespacios de Krylov. La opción más común cuando los sistemas lineales son dispersos y no simétricos es el algoritmo de Residuo Mínimo Generalizado (GMRES) (Meurant y Tebbens, 2020). Este método y sus variantes encuentran la solución aproximada en el subespacio de Krylov minimizando la norma 2 del residuo. En teoría, el GMRES converge antes de n iteraciones, donde n es la dimensión de la matriz, pero el costo computacional de calcular la base ortonormal del subespacio de Krylov aumenta a medida que avanzan las iteraciones. Por lo tanto, GMRES no es práctico para sistemas de ecuaciones lineales grandes. Para reducir el costo de GMRES, se suele utilizar una versión reiniciada del GMRES, que lo reinicia después de cada ciclo de m iteraciones. Esta versión reiniciada se denota por GMRES(m). En comparación con el GMRES, la versión reiniciada requiere menos trabajo de almacenamiento, pero para ser competitiva en costo computacional, se debe elegir un ciclo de reinicio m adecuado (Cabral et al., 2020). Generalmente, m se selecciona según los profesionales mediante un enfoque heurístico. La mejor manera de seleccionar m aún no se ha establecido. Una versión mejorada fue propuesta realizando enriquecimientos del subespacio de búsqueda, además del reinicio. Este método es denominado LGMRES(m, l), que utiliza las últimas l aproximaciones de error, además de un subespacio de Krylov de dimensión m (Baker et al., 2005). Estos parámetros se mantienen constantes en cada ciclo. Esta metodología permite mejorar la convergencia, pero puede estancarse si los parámetros no se seleccionan correctamente. Algunas propiedades interesantes de la convergencia de GMRES(m) motivan el desarrollo del algoritmo LGMRES(m, l). Experimentos numéricos demuestran que el esquema de aumento LGMRES(m, l) es un acelerador eficaz para GMRES(m) pero si el GMRES(m) se estanca también el LGMRES(m, l) (Gómez et al., 2023). Trabajos recientes como el de Duvenbeck et al. (2025) analizan aceleraciones en la convergencia de métodos que minimizan la norma residual y previenen fenómenos de estancamiento utilizando variantes de control que buscan la selección apropiada de los parámetros. En trabajos anteriores, Cabral y Schaerer (2017), fueron analizados controladores proporcionales que aumentan la dimensión del subespacio de búsqueda pero no necesariamente son eficientes en cuanto a recursos computacionales. Es por este motivo que en el proyecto se buscarán alternativas que aceleren la convergencia y sean eficientes computacionalmente. Además, para la verificación numérica



CAMPUS DE LA UNA
SAN LORENZO-PARAGUAY

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN

FACULTAD POLITÉCNICA

DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN

de la propuesta, los resultados serán comparados con los métodos implementados en la biblioteca KrySBAS (Varela et al., 2023).

8. Materiales y Métodos

Este proyecto continúa la revisión recabada de métodos de subespacio de Krylov para la resolución de sistemas lineales donde las matrices son no simétricas y dispersas. El proyecto se centrará en la solución numérica de problemas Dinámica de Fluidos buscando la combinación apropiada de métodos iterativos y preconditionadores. Se utilizará la biblioteca de software de código abierto: *Krylov Subspace-Based Adaptive Solvers* (KrySBAS) para la resolución de sistemas lineales, la cual es una biblioteca elaborada con el Grupo de Investigación Computación Científica y Matemática Aplicada (CCyMA) y se utilizarán los métodos implementados y testados. Los experimentos numéricos serán ejecutados en una computadora personal con procesador Intel(R) Core(TM) i5-12450-H con 16 GB de memoria RAM y los softwares MATLAB y GNU Octave 9.2.0 para Windows 11. Los resultados numéricos permitirán realizar tablas y curvas de desempeño las cuales formarán parte de la presentación a ser realizada en el congreso del CILAMCE en el Mini Simposio de Dinámica de Fluidos. También formarán parte las conclusiones y propuestas de trabajos futuros.

9. Relevancia de la propuesta

La resolución de sistemas lineales dispersos de gran escala es una etapa fundamental en múltiples aplicaciones de la ingeniería computacional, tales como dinámica de fluidos, simulación estructural y modelado en geofísica e ingeniería de yacimientos. Para estos sistemas, los métodos iterativos basados en subespacios de Krylov, como el algoritmo GMRES(m), se han consolidado como herramientas estándar debido a su capacidad para manejar matrices no simétricas y dispersas. No obstante, su efectividad puede verse comprometida por problemas de estancamiento cuando los parámetros de reinicio no son adecuados. En respuesta a esta limitación, han surgido variantes como LGMRES(m, l), que mejoran la convergencia al incorporar información histórica de errores. A pesar de su utilidad, este método aún es susceptible a la estancación en ciertos contextos, particularmente cuando los residuos no disminuyen entre reinicios consecutivos. Para abordar esta debilidad, se ha propuesto recientemente el método LGMRES(m, l) adaptativo, que introduce una estrategia adaptativa de actualización del parámetro



CAMPUS DE LA UNA
SAN LORENZO-PARAGUAY

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD POLITÉCNICA
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN

de reinicio, guiada por el comportamiento del residuo a través de un controlador proporcional discreto.

El presente proyecto tiene como objetivo principal desarrollar y validar mejoras al LGMRES(m, l) adaptativo, optimizando su capacidad de adaptación y superación del estancamiento, así como su eficiencia computacional. La relevancia de este trabajo radica no solo en el aporte metodológico a la familia de métodos iterativos, sino también en su potencial para aplicarse directamente en simulaciones de alto costo computacional en ingeniería y ciencias aplicadas. Además, este proyecto se enmarca en una estrategia institucional de fortalecimiento del área de métodos numéricos en la Facultad Politécnica de la Universidad Nacional de Asunción (FPUNA), incentivando la participación activa en congresos internacionales y promoviendo la formación de estudiantes de grado y posgrado en investigación científica. La presentación de los resultados en el Congreso Ibero-Latinoamericano de Métodos Computacionales en Ingeniería (CILAMCE) representa una oportunidad estratégica para difundir el trabajo, establecer redes de colaboración y posicionar al equipo investigador en la región.

10. Plan del trabajo

Tiempo de duración en meses: 5 meses

Inicio del proyecto: 02 de junio de 2025

Finalización del proyecto: 31 de octubre de
2025



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD POLITÉCNICA
 DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN

CAMPUS DE LA UNA
 SAN LORENZO-PARAGUAY

Resultado esperado	Actividades principales	Indicadores de éxito	Medios de Verificación	Supuestos/ imponderables	Tiempo de ejecución (semana N°)
Criterios teóricos para detectar estancamiento en el LGMRES	Revisión bibliográfica, análisis de casos de estancamiento, formulación matemática de condiciones de estancamiento	Documento con fundamentos teóricos y ejemplos identificados	Informe técnico	Disponibilidad de recursos bibliográficos y acceso a publicaciones científicas.	Semana 1 al 8
Implementación de mejoras adaptativas al algoritmo	Programación del método en MATLAB, incorporación de controladores de estancamiento, pruebas iniciales	Código funcional y documentado	Repositorio con versiones del código	Acceso al software requerido y librerías disponibles	Semana 4 al 12.
Validación experimental del método propuesto	Simulación con matrices de prueba, análisis comparativo con otros métodos.	Resultados numéricos que evidencien mejora en número de	Tablas comparativas, gráficos.	Disponibilidad de datos de prueba	Semana 8 al 16



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD POLITÉCNICA
 DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN

CAMPUS DE LA UNA
 SAN LORENZO-PARAGUAY

		iteraciones y tiempos			
Presentación en Mini Simposio del CILAMCE y publicación del trabajo completo en el <i>proceedings</i>	Envío de artículo completo al CILAMCE, preparación de presentación. Correcciones si fuesen solicitadas por evaluadores	Artículo aceptado y participación confirmada	Carta de aceptación, certificado de participación	Aceptación del trabajo por el comité científico; realización efectiva del congreso	Semana 12 al 20

11. Presupuesto

	Descripción del bien o servicio	Especificaciones básicas	Actividad	Subtotal Guaraníes
1	Tasa de inscripción a evento	Inscripción al CILAMCE para un miembro del equipo, 330 US\$	Participación en el congreso y presentación del trabajo	2 673 000
2	Pasaje	Tickets de vuelo aéreo, ida y vuelta, 390,50 US\$	Movilidad/traslado	3 163 000
3	Transporte	30 US\$	Movilidad interna	243 000



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD POLITÉCNICA
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN

CAMPUS DE LA UNA
SAN LORENZO-PARAGUAY

4	Cuarto de hotel	Hotel/posada por 5 noches en Vitoria	Hospedaje	1.800.000
5	Viático	20 US\$/dia, por 5 días	Viático	810 000
	Total			8 689 000

12. Estrategia de comunicación

La comunicación de los resultados del proyecto se estructurará en tres ejes complementarios que garantizan tanto la **divulgación científica** como la **transferencia de conocimiento**:

1. Publicación en las Actas del Congreso CILAMCE 2025

Se prevé la redacción y envío de un artículo técnico para su inclusión en los *Proceedings* del **Congreso Ibero-Latinoamericano de Métodos Computacionales en Ingeniería (CILAMCE)**. Esta publicación permitirá registrar y difundir formalmente los avances metodológicos y los resultados numéricos del proyecto ante la comunidad científica iberoamericana, aportando a la visibilidad internacional de la FPUNA en el área de métodos numéricos y computación científica.

2. Presentación oral en el Congreso CILAMCE 2025

La participación presencial con una ponencia oral ofrecerá la oportunidad de exponer los resultados ante expertos en el área, recibir retroalimentación especializada, y establecer contactos para futuras colaboraciones. Esta instancia es clave para posicionar el trabajo del grupo de investigación en un entorno competitivo y de alto nivel académico.

3. Organización de un Workshop del Grupo de Investigación CCyMA-FPUNA

Al finalizar el proyecto, se llevará a cabo un **Workshop** dirigido a integrantes del **Grupo de Computación Científica y Matemática Aplicada (CCyMA)**, estudiantes de grado y posgrado, y docentes interesados. Este espacio permitirá compartir el conocimiento adquirido, discutir posibles aplicaciones del método mejorado en otros contextos, y fomentar la participación activa de estudiantes en futuros proyectos. El taller incluirá demostraciones del código desarrollado, análisis de resultados y discusión sobre líneas de investigación abiertas.



CAMPUS DE LA UNA
SAN LORENZO-PARAGUAY

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD POLITÉCNICA
DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN

13. Referencias bibliográficas

Baker, A. H., Jessup, E. R., y Mantenffel, T. (2005). A technique for accelerating the convergence of restarted GMRES. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 26(4):962-984.

<https://doi.org/10.1137/S0895479803422014>

Cabral, J. C. y Schaerer, C. E., (2017). On Adaptive strategy for overcoming stagnation in LGMRES(m,l). *Proceeding Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*.

Cabral, J. C., Schaerer, C. E., y Bhaya, A. (2020). Improving GMRES (m) using an adaptive switching controller. *Numerical Linear Algebra with Applications*, 27(5), e2305.

Duvenbeck, L., Riethmüller, C., y Rohde, C. (2025). Data-driven geometric parameter optimization for PD-GMRES. *arXiv preprint arXiv:2503.09728*.

Gómez, E., Vega, L., Domínguez, V., Cabral, J. C., y Schaerer, C. E. (2023). On adaptative GMRES (m) in the PETSc package. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, 10(1).

Meurant, G. A., y Duintjer Tebbens, J. (2020). *Krylov methods for nonsymmetric linear systems: from theory to computations*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-55251-0>

Varela, J., Cabral, J. C., y Espínola, G. (2023). *KrySBAS: A collection of Krylov Subspace-Based Adaptive Solvers* (Version 0.0.1) [Computer software]. GitHub.

<https://github.com/nidtec-una/krysbas-dev>.