

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN**  
**FACULTAD POLITÉCNICA**  
**INGENIERÍA EN ENERGÍA**  
**PLAN 2015**  
**PROGRAMA DE ESTUDIOS**

Resolución N° 17/20/06-00 Acta N° 1008/25/09/2017 - ANEXO 01

**I. - IDENTIFICACIÓN**

|      |                                 |              |
|------|---------------------------------|--------------|
| 1.   | Asignatura                      | : Cálculo VI |
| 2.   | Nivel                           | : Quinto     |
| 3.   | Horas semanales                 | : 6 horas    |
| 3.1. | Clases teóricas                 | : 4 horas    |
| 3.2. | Clases prácticas                | : 2 horas    |
| 4.   | Total real de horas disponibles | : 96 horas   |
| 4.1. | Clases teóricas                 | : 64 horas   |
| 4.2. | Clases prácticas                | : 32 horas   |

**II. - JUSTIFICACIÓN**

La teoría de las Transformadas de Laplace, conocida también con el nombre de Cálculo Operacional, se ha constituido en los últimos años en una parte esencial de las Matemáticas requerida por los ingenieros, físicos, matemáticos y otros científicos. La razón fundamental de lo anteriormente expuesto, es que estos métodos constituyen un elemento fácil y efectivo para la solución de muchos problemas de la ciencia, especialmente en el campo de la electricidad, la electrónica, la aeronáutica, entre otras.

Es especialmente útil para resolver ecuaciones diferenciales lineales y ecuaciones diferenciales con valores iniciales.

Por otra parte, las Series de Fourier son una herramienta muy poderosa en relación con varios problemas que contienen ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales. Las series de Fourier son más universales que las series de Taylor, debido a que muchas funciones periódicas discontinuas que tienen interés práctico pueden desarrollarse en alguna serie de Fourier, pero no tienen representación mediante las series de Taylor.

Por último, al generalizar el método de las series de Fourier para incluir funciones no periódicas resultan las integrales de Fourier.

**III. - OBJETIVOS**

1. Interpretar las propiedades de las Transformadas de Laplace.
2. Determinar la transformada de Laplace de una función dada.
3. Evaluar una integral mediante la Transformada de Laplace.
4. Determinar la transformada de Laplace de funciones especiales.
5. Interpretar las propiedades de la transformada inversa de Laplace.
6. Determinar la transformada inversa de Laplace de una función dada.
7. Analizar y seleccionar el método adecuado para la determinación de la transformada de Laplace de una función.
8. Resolver una ecuación diferencial dada mediante el uso de la transformada de Laplace.
9. Resolver un circuito eléctrico mediante la transformada de Laplace.
10. Aplicar las transformadas de Laplace para la solución de problemas.
11. Expresar una función periódica dada mediante una serie de Fourier.
12. Determinar los desarrollos de medio rango de funciones periódicas definidas en un intervalo finito.
13. Expresar una función no periódica mediante una integral de Fourier.
14. Interpretar las propiedades de las Transformadas de Fourier.
15. Determinar la transformada de Fourier de una función dada.
16. Evaluar una integral mediante la Transformada inversa de Fourier.
17. Determinar la transformada de Fourier de funciones especiales.

**IV. - PRE - REQUISITO**

Cálculo V

**V. - CONTENIDO**

**5.1. Unidades programáticas**

1. Transformadas de Laplace
2. Transformada inversa de Laplace
3. Aplicaciones de la transformada de Laplace
4. Series e integrales de Fourier
5. Transformadas de Fourier

**5.2. Desarrollo de las unidades programáticas**

1. Transformada de Laplace
  - 1.1. Concepto
  - 1.2. Teoremas fundamentales
  - 1.3. Funciones seccionalmente continuas



- 1.4. Funciones de orden exponencial
- 1.5. Transformación de funciones elementales
- 1.6. Transformación de derivadas e integrales
- 1.7. Transformada de funciones periódicas
- 1.8. Derivación e integración de las transformadas
- 1.9. Desplazamiento sobre el eje  $s$  y  $t$
- 1.10. Teorema del valor inicial y valor final
2. Transformada inversa de Laplace
  - 2.1. Concepto
  - 2.2. Teoremas fundamentales
  - 2.3. Fracciones parciales
  - 2.4. Teorema de convolución
3. Aplicaciones de la transformada de Laplace
  - 3.1. Resolución de ecuaciones diferenciales
  - 3.2. Transformada de funciones especiales
  - 3.3. Función Gamma
  - 3.4. Función de Bessel
4. Series e integrales de Fourier
  - 4.1. Series de Fourier
    - 4.1.1. Concepto
    - 4.1.2. Componente fundamental
    - 4.1.3. Frecuencia angular fundamental
    - 4.1.4. Amplitudes armónicas
    - 4.1.5. Ángulos de fase
    - 4.1.6. Propiedades de las funciones seno y coseno.
    - 4.1.7. Funciones ortogonales
    - 4.1.8. Evaluación de los coeficientes de Fourier
    - 4.1.9. Aproximación mediante una serie finita de Fourier
    - 4.1.10. Teorema de Parseval
    - 4.1.11. Condiciones de Dirichlet
    - 4.1.12. Diferenciación e integración de las series de Fourier
  - 4.2. Análisis de formas de ondas periódicas
    - 4.2.1. Simetrías
      - 4.2.1.1. Simetría de la forma de onda
      - 4.2.1.2. Simetría de media onda
      - 4.2.1.3. Simetría de cuarto de onda
      - 4.2.1.4. Simetría escondida
    - 4.2.2. Coeficientes de Fourier de ondas simétricas
    - 4.2.3. Expansión en serie de Fourier de una función en un intervalo finito
      - 4.2.3.1. Concepto
      - 4.2.3.2. Expansión de medio recorrido
    - 4.2.4. La función impulso (o función delta)
      - 4.2.4.1. Función generalizada (o simbólica)
      - 4.2.4.2. Función de prueba
      - 4.2.4.3. Función unitaria de Heaviside (o función escalonada unitaria)
    - 4.2.5. Series de Fourier de las derivadas de funciones periódicas discontinuas
    - 4.2.6. Evaluación de los coeficientes de Fourier por diferenciación
  - 4.3. Integral de Fourier y espectros continuos
    - 4.3.1. Relación entre las series de Fourier y las integrales de Fourier
      - 4.3.1.1. Concepto
      - 4.3.1.2. Identidad de Fourier
      - 4.3.1.3. Teorema de la integral de Fourier
5. Transformadas de Fourier
  - 5.1. Transformadas de Fourier
  - 5.2. Transformadas de Fourier de funciones elementales y especiales
    - 5.2.1. Transformadas de una constante
    - 5.2.2. Transformadas de seno y coseno
    - 5.2.3. Transformadas de las funciones exponenciales
    - 5.2.4. Transformada de la función  $t^n$
    - 5.2.5. Transformada del escalón unitario
    - 5.2.6. Transformada de la función Gamma
  - 5.3. Transformaciones de derivadas e integrales
  - 5.4. Derivación e integración de transformaciones
  - 5.5. Transformadas inversas de Fourier

## VI. - ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

Exposición de la teoría con diferentes técnicas.



2. Técnicas individuales y grupales para resolución de ejercicios.
3. Elaboración y presentación de trabajos prácticos.

## VII. - MEDIOS AUXILIARES

1. Pizarra
2. Marcadores
3. Borrador de pizarra.
4. Materiales bibliográficos.
5. Equipo multimedia

## VIII. - EVALUACIÓN

El aprendizaje adquirido por el alumno se evaluará por medio de dos exámenes parciales y el profesor podrá requerir la presentación de trabajos prácticos, de cuyo promedio, conforme a la reglamentación de escalas, permitirá o no al alumno acceder al examen final, donde será evaluado sobre el total del contenido programático de la asignatura.

## IX. - BIBLIOGRAFÍA

### MATERIALES BIBLIOGRÁFICOS EXISTENTES EN LA BIBLIOTECA DE LA FACULTAD POLITECNICA

- Hayt & Kemmerly & Durbin *Análisis De Circuitos En Ingeniería* 7ed.
- Kreyszig, E. (1990). *Matemáticas avanzadas para ingeniería Volumen I*. México. LIMUSA.
- Lathi B.P. (1995). *Introducción a la teoría y sistemas de comunicación* España: Ed. Limusa.
- O'Neil, P. V. (2004). *Matemáticas avanzadas para ingeniería: análisis de fourier, ecuaciones diferenciales parciales y análisis complejo*. (5 ed.). (s.l): Thomson.
- Oppenheim, A. & Willsky, A & Nawab H. (1997). *Señales y Sistemas – 2*. Edición. México: Prentice Hall.
- Spiegel, M. R. (1991). *Transformadas de Laplace*. Mexico : McGraw-Hill.
- Spiegel, M. (2001). *Matemáticas avanzadas para ingeniería y ciencias*. México: mcGraw-Hill.
- Sproviero, Marcelo O. (2005). *Transformadas de laplace y de Fourier : contiene 967 problemas y teoría de variable compleja*. Buenos Aires : nueva librería.
- Willie, C. R. *Matemáticas superiores para ingeniería*. México. McGRAW-HILL.
- Zill, D. G. & Cullen, M. R. (2008). *Matemáticas avanzadas para ingeniería 2: cálculo vectorial, análisis de Fourier y análisis complejo*. (3 ed.). México: mcGraw-Hill.

### RECURSOS DISPONIBLES A TRAVÉS DE CICCO

- Abreu Junior, V. (2011). TRANSFORMADA DE LAPLACE: UMA INTRODUÇÃO COM APLICAÇÕES.
- Danny Augusto Vieira, T., & Antônio Emílio Angueth de, A. (2012). TRANSFORMADA DE LAPLACE: UMA OBRA DE ENGENHARIA / Laplace transform: an work of engineering. *Revista Brasileira De Ensino De Física*, (2), 1. doi:10.1590/S1806-11172012000200016
- YOLANDA, S. V., GABBRIELLA, G. Y., RAFAEL, C., & CARLOS, T. (2012). Educación matemática para ingeniería y arquitectura: aplicaciones de la matemática en el contexto de las ciencias / MATHEMATICS EDUCATION FOR ENGINEERING AND ARCHITECTURES: APPLICATIONS OF MATHEMATICS IN CONTEXT OF SCIENCES. *Revista De La Facultad De Ingeniería Universidad Central*

