

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN**  
**FACULTAD POLITÉCNICA**  
**INGENIERÍA EN ELECTRICIDAD**  
**PLAN 2008**  
**PROGRAMA DE ESTUDIOS**

Aprobado por Resolución N°17/20/06-00 Acta N°1008/25/09/2017

### **I. - IDENTIFICACIÓN**

1.	Asignatura	: Cálculo V
2.	Nivel	: Cuarto
3.	Horas semanales	: 6 horas
3.1.	Clases teóricas	: 4 horas
3.2.	Clases prácticas	: 2 horas
4.	Total real de horas disponibles	: 96 horas
4.1.	Clases teóricas	: 64 horas
4.2.	Clases prácticas	: 32 horas

### **II. - JUSTIFICACIÓN**

Los números complejos y las funciones de variable compleja son ampliamente utilizados en modelos matemáticos y en diversos campos de la física, por facilitar notablemente las ecuaciones de estado de los mismos. Por lo anteriormente expuesto, es muy importante abordar el análisis de los números complejos, las funciones de variable compleja y su utilización en el cálculo.

### **III. - OBJETIVOS.**

1. Operar algebraicamente con números complejos.
2. Describir los números complejos en sus diversas formas.
3. Definir funciones mediante variables complejas.
4. Computar límites de funciones con variables complejas.
5. Calcular derivadas de funciones con variables complejas.
6. Calcular las integrales de contorno.
7. Aplicar las integrales de contorno en la solución de problemas.
8. Aplicar los teoremas estudiados en la solución de problemas.
9. Determinar la convergencia o divergencia de series
10. Calcular integrales reales impropias.

### **IV. - PRE - REQUISITO**

1. Cálculo IV.

### **V. - CONTENIDO**

#### **5.1. Unidades programáticas**

1. Números complejos.
2. Funciones analíticas y elementales.
3. Integrales.
4. Series.
5. Residuos y polos.

#### **5.2. Desarrollo de las unidades programáticas**

1. Números complejos.
  - 1.1. Definición.
  - 1.2. Propiedades algebraicas.
  - 1.3. Interpretación geométrica.
  - 1.4. Desigualdad triangular.
  - 1.5. Forma polar.
  - 1.6. Forma exponencial.
  - 1.7. Potencias y raíces.
  - 1.8. Regiones en el plano complejo.
2. Funciones analíticas y elementales.
  - 2.1. Funciones de una variable compleja.
    - 2.1.1. Definición.
    - 2.1.2. Aplicaciones.
  - 2.2. Límite, continuidad y derivada.
    - 2.2.1. Límite.
      - 2.2.1.1. Definición.
      - 2.2.1.2. Teoremas sobre límites.
      - 2.2.1.3. Límites y el punto del infinito.
    - 2.2.2. Continuidad.
  - 2.3. Derivadas.

- 2.3.1. Definición.
- 2.3.2. Fórmulas de derivación.
- 2.3.3. Ecuaciones de Cauchy-Riemann.
  - 2.3.3.1. Concepto.
  - 2.3.3.2. Condiciones suficientes.
  - 2.3.3.3. Coordenadas polares.
- 2.4. Funciones analíticas.
- 2.5. Funciones armónicas.
- 2.6. Funciones elementales.
  - 2.6.1. Función exponencial.
    - 2.6.1.1. Definición.
    - 2.6.1.2. Propiedades.
  - 2.6.2. Funciones trigonométricas.
    - 2.6.2.1. Definición.
    - 2.6.2.2. Propiedades.
  - 2.6.3. Funciones hiperbólicas.
  - 2.6.4. Función logaritmo.
    - 2.6.4.1. Definición.
    - 2.6.4.2. Propiedades.
  - 2.6.5. Exponentes complejos.
  - 2.6.6. Funciones trigonométricas e hiperbólicas inversas.
- 3. Integrales.
  - 3.1. Funciones complejas que dependen de variables reales.
  - 3.2. Contornos.
  - 3.3. Integrales de contorno.
  - 3.4. Primitivas.
  - 3.5. Teorema de Cauchy- Goursat.
  - 3.6. Dominios simple y múltiplemente conexos.
    - 3.6.1. Definición.
    - 3.6.2. Teoremas.
  - 3.7. Fórmula integral de Cauchy.
  - 3.8. Derivadas de las funciones analíticas.
  - 3.9. Teorema de Morera.
  - 3.10. Módulos máximos de funciones.
  - 3.11. Teorema de Liouville.
  - 3.12. Teorema fundamental del álgebra.
- 4. Series.
  - 4.1. Convergencia de sucesiones y series.
  - 4.2. Series de Taylor.
  - 4.3. Series de Laurent.
  - 4.4. Convergencia absoluta y uniforme de las series de potencia.
  - 4.5. Integración y derivación de series de potencias.
  - 4.6. Unicidad de las representaciones por series.
  - 4.7. Multiplicación y división de series de potencias.
- 5. Residuos y polos.
  - 5.1. Residuos.
    - 5.1.1. Definición.
    - 5.1.2. Teorema de los residuos.
  - 5.2. Parte principal de una función.
    - 5.2.1. Polos.
    - 5.2.2. Residuos en los polos.
    - 5.2.3. Ceros y polos de orden m.
  - 5.3. Cálculo de integrales reales impropias.
  - 5.4. Integrales en las que intervienen seno y coseno.
    - 5.4.1. Integrales impropias.
    - 5.4.2. Integrales definidas.
  - 5.5. Integración a lo largo de un corte de ramificación.

## VI. - ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

1. Exposición de la teoría con diferentes técnicas.
2. Técnicas individuales y grupales para resolución de ejercicios.
3. Elaboración y presentación de trabajos prácticos.

## VII. - MEDIOS AUXILIARES

1. Pizarra.

2. Marcadores.
3. Borrador de pizarra.
4. Material bibliográfico.
5. Equipo multimedia

### VIII. - EVALUACIÓN

El aprendizaje y conocimiento adquirido por el alumno se medirá por medio de dos exámenes parciales y el profesor podrá requerir la presentación de trabajos prácticos, de cuyo promedio, conforme a la reglamentación de escalas, permitirá o no al alumno acceder al examen final, donde será evaluado sobre el total del contenido programático de la asignatura.

### IX. - BIBLIOGRAFÍA

#### MATERIALES BIBLIOGRÁFICOS DISPONIBLES EN LA BIBLIOTECA DE LA FACULTAD POLITÉCNICA

- Brown, J.W. & Churchill, R. V. (2005). *Variable compleja y aplicaciones*. (7° Ed.). Madrid: McGraw-Hill.
- O'Neil, P. V. (2004). *Matemáticas avanzadas para ingeniería: análisis de fourier, ecuaciones diferenciales parciales y análisis complejo*. (5° Ed.). (s.l): Thomson.
- Spiegel, M. (2001). *Matemáticas avanzadas para ingeniería y ciencias*. México: McGraw-Hill.
- Spiegel, M., Lipschutz, S. & Schiller, J. (2011). *Variable compleja (Ebook)*. (2° Ed.). México: McGraw-Hill Interamericana.
- Spiegel, M., Lipschutz, S., Schiller, J. & Spellman, D. (2001). *Variable compleja*. (2° Ed.). México: McGraw-Hill.
- Zill, D. G. & Cullen, M. R. (2008). *Matemáticas avanzadas para ingeniería 2: cálculo vectorial, análisis de Fourier y análisis complejo*. (3° Ed.). México: McGraw-Hill.