

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN**  
**FACULTAD POLITÉCNICA**  
**INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA**  
**ÉNFASIS EN MECATRÓNICA**  
**PLAN 2008**  
**PROGRAMA DE ESTUDIOS**

Resolución N° 17/19/06-00 Acta N° 1007/11/09/2017 - ANEXO 03

### **I. - IDENTIFICACIÓN**

1. Asignatura	: Métodos de Elementos Finitos
2. Semestre	: Séptimo
3. Horas semanales	: 5 horas
3.1. Clases teóricas	: 3 horas
3.2. Clases prácticas	: 2 horas
4. Total real de horas disponibles	: 80 horas
4.1. Clases teóricas	: 48 horas
4.2. Clases prácticas	: 32 horas

### **II. - JUSTIFICACION**

El método de elementos finitos es un método numérico que permite aproximaciones a soluciones de problemas por medio de ecuaciones diferenciales parciales de mayor complejidad utilizado en el área de ingeniería, esta materia desarrollara destrezas importantes en los estudiantes que busquen a través de este medio la solución más factible a situaciones relacionadas a la mecánica.

### **III. - OBJETIVOS**

1. Aplicar el método de los elementos para la resolución y el diagnóstico de problemas de análisis estructural en sistemas mecánicos
2. Identificar los pasos para la aplicación del método del elemento finito.
3. Analizar elementos clásicos aplicando el método de los elementos finitos.

### **IV. - PRE - REQUISITO**

1. Física VI

### **V. - CONTENIDO**

#### **5.1. Unidades programáticas**

1. Introducción al Método de los Elementos Finitos.
2. El elemento Resorte: Rigidez del elemento y de la estructura.
3. Elemento de armadura, Sistemas de coordenadas local y global.
4. Elemento de "VIGA"-Superposición de comportamientos independientes.
5. Elementos bidimensionales y tridimensionales-Aplicaciones generales.
6. Formulación Isoparamétrica y Complementos.

#### **5.2. Desarrollo de las unidades programáticas**

1. Introducción al Método de los Elementos Finitos.
  - 1.1. Introducción.
  - 1.2. Idealización de sistemas-Modelos Discretizados.
    - 1.2.1. Sistemas Continuos (a-El diagrama de cuerpo libre; b-Equilibrio de un elemento de estructura).
    - 1.2.2. Sistemas Discretos.
  - 1.3. Métodos de los Elementos Finitos- Sistema Discreto Patrón. (Método Gral. para el análisis de Sistemas Discretos).
  - 1.4. Tipos de Modelos Discretizados.
    - 1.4.1. Estructuras Reticuladas.
    - 1.4.2. Elementos Estructurales Conectados continuamente.
  - 1.5. El análisis matricial de estructuras-Matriz de Rigidez de un Elemento.
    - 1.5.1. El análisis matricial de estructuras reticuladas.
  - 1.6. Matriz de Rigidez de la Estructura-Leyes fundamentales.
    - 1.6.1. Introducción.
    - 1.6.2. Leyes Fundamentales
    - 1.6.3. Matriz de Rigidez de una Estructura..
2. El elemento Resorte: Rigidez del elemento y de la estructura.
  - 2.1. El elemento más sencillo: El resorte. (Concepto de algebra matricial usados en los Elementos de los métodos finitos)
  - 2.2. Matriz de rigidez del elemento resorte.
  - 2.3. Significado físico de los términos de la matriz de rigidez del elemento-Generalización
  - 2.4. Generalización a partir del resorte, del significado físico de la matriz de rigidez de cualquier elemento finito.

- 2.5. Matriz de rigidez de una estructura-Utilización del resorte para establecer el montaje de la matriz de la rigidez de una estructura a partir de las matrices de rigidez de sus elementos. (Ley de equilibrio de fuerzas, relación fuerza-desplazamiento para un elemento; Compatibilidad de desplazamientos para los elementos; Comentarios en relación a las matrices de rigidez de los elementos y de la estructura.)
- 2.6. Procedimiento de solución para la determinación de los desplazamientos de la estructura completa, reacciones de apoyo y fuerzas internas en los elementos.
- 2.7. Aplicación de la secuencia anterior-Ejercicio de Aplicación.
  - 2.7.1. Definición del modelo estructural como un montaje de elementos
  - 2.7.2. Determinación de la matriz de rigidez de cada elemento y su representación en el sistema de coordenadas de la estructura.
  - 2.7.3. Montar la matriz de rigidez de la estructura a partir de las matrices de rigidez de sus elementos del sistema de ecuaciones de equilibrio.
  - 2.7.4. Definición de las condiciones de contorno de desplazamientos-Las Restricciones-para preparar la solución del sistema de ecuaciones.
  - 2.7.5. Determinación de los desplazamientos nodales para la estructura completa, resolviendo el sistema de ecuaciones y luego las reacciones de apoyo.
- 2.8. Determinación de las fuerzas internas en cada elemento, a partir del conocimiento de los desplazamientos nodales asociados al elemento.
- 2.9. Aplicaciones generales a partir del estudio del elemento” Resorte.
- 2.10. Preparación del estudio de los elementos finitos más generales.”
3. Elemento de armadura, Sistemas de coordenadas local y global.
  - 3.1. Elementos de barra articulada en las extremidades-Armaduras de rigidez axial.
  - 3.2. Matriz de rigidez del elemento de barra.(Relación entre fuerzas y desplazamientos nodales.)
  - 3.3. Matriz de rigidez del elemento en los sistemas local y global matriz de transformación.
  - 3.4. Ejercicio de aplicación para la estructura de armadura por el M.E.Finitos y vectorialmente.
    - 3.4.1. Definición del modelo estructural, como un montaje de elementos.
    - 3.4.2. Determinación de la matriz de rigidez de cada elemento y su representación en el sistema global.
    - 3.4.3. Montaje de la matriz de rigidez de la estructura a partir de las matrices de rigidez de sus elementos-Sistema de ecuaciones de equilibrio.
    - 3.4.4. Definición de las condiciones de contorno de desplazamientos-Las restricciones para preparar la solución del sistema de ecuaciones.
    - 3.4.5. Determinación de los desplazamientos nodales para toda la estructura, con resolución del sistema de ecuaciones y luego las reacciones de apoyo.
    - 3.4.6. Determinación de las fuerzas internas en cada elemento a partir del conocimiento de los desplazamientos nodales asociadas al elemento.
  - 3.5. Aspectos generales importantes en el ecuacionamiento de cualquier elemento finito.
4. Elemento de “VIGA”-Superposición de comportamientos independientes.
  - 4.1. El elemento de viga. (Flexión de vigas-Tensiones normales y de cizallamiento.)
  - 4.2. Matriz de rigidez del elemento de viga con rigidez a la flexión y flexo-axial en pórticos planos.
  - 4.3. Matriz rigidez del elemento en los sistemas local y global matriz de transformación.
  - 4.4. Ejemplo de montaje de la matriz de rigidez de la estructura de pórtico plano.
    - 4.4.1. Definición del modelo estructural como un montaje de elementos.
    - 4.4.2. Determinación de la matriz de rigidez de cada elemento y su representación en el sistema global.
    - 4.4.3. Montaje de la matriz de rigidez de la estructura a partir de las matrices de rigidez de sus elementos-Sistema de ecuaciones de equilibrio.
    - 4.4.4. Definición de las condiciones de contorno de desplazamientos-Las Restricciones-para preparar la solución del sistema de ecuaciones.
  - 4.5. Matriz de rigidez del elemento de viga, sometido solamente a rigidez de torsión.
  - 4.6. Matriz de rigidez del elemento de viga en el espacio-ecuacionamiento completo, incluyendo la deformación por cizallamiento.
5. Elementos bidimensionales y tridimensionales-Aplicaciones generales.
  - 5.1. Aspectos y conceptos importantes en la definición y ecuacionamiento de la matriz de rigidez de elementos finitos bi y tridimensionales.
  - 5.2. Método Gral. Para el montaje de la matriz de rigidez de cualquier elemento finito.
    - 5.2.1. Formulación de la función de desplazamiento para el elemento finito-Elección de la función de interpolación adecuada para el elemento. (Hallar los coeficientes desconocidos de la función de interpolación, relacionando los desplazamientos dentro del elemento con los desplazamientos nodales.)
    - 5.2.2. Calcular las deformaciones internas en el elemento a partir de los desplazamientos nodales, y las fuerzas internas en el elemento.” E”; y como consecuencia, las tensiones a partir de los desplazamientos de los nudos.
    - 5.2.3. Determinación de la matriz de rigidez del elemento [Ke], estableciendo la relación entre fuerzas nodales y desplazamientos nodales par el elemento finito. (Trabajo virtual Externo e Interno, condición de equivalencia, comentarios y generalizaciones.)
  - 5.3. Formulación y Ecuacionamiento de los Elementos finitos Bi y Tridimensional.
    - 5.3.1. Introducción.
    - 5.3.2. Formulación del elemento plano de tensiones triangular lineal, Determinación de la matriz de rigidez del elemento, Representación de las funciones de interpolación en la forma matricial y cálculos de los coeficientes desconocidos, Deformaciones, tensiones, equivalencia entre trabajo externo e interno y obtención de la matriz rigidez del elemento triangular del estado plano de tensiones, trabajo virtual interno.
    - 5.3.3. Formulación del elemento sólido tetraédrico lineal. y parabólico. Hexaédrico lineal
    - 5.3.4. Formulación del elemento de estado plano de tensiones rectangular lineal, de una barra de armadura, de una chapa plana, Triangular parabólico, placa rectangular, cáscara rectangular lineal. (Determinación .de la matriz de rigidez del elemento, Relacione los desplazamientos generales dentro del elemento a los desplazamientos nodales. Hallar las deformaciones y fuerzas internas en términos de desplazamientos de los nudos. Usando la ley

del comportamiento elástico del elemento, Obtener la matriz de rigidez del elemento  $[K_e]$  relacionando desplazamientos

6. Formulación Isoparamétrica y Complementos.
  - 6.1. Introducción.
  - 6.2. Sistema de coordenadas naturales-Formulación Isoparamétrica en elementos finitos. (Elementos de armadura y ecuacionamiento Isoparamétrica en Elementos finitos.).
  - 6.3. Generalizando los conceptos anteriores. (Interpolación.)
    - 6.3.1. Interpolación de la geometría del elemento.
    - 6.3.2. Interpolación del campo de desplazamiento.
  - 6.4. Integración para la obtención de la matriz de rigidez de un elemento. (Integración Numérica, Orden de Integración.).
  - 6.5. Fuerzas nodales equivalentes-Expresión para las aplicaciones generales del método de los elementos finitos, en el ámbito del análisis estructural lineal.
  - 6.6. Generalización del método de los elementos finitos
    - 6.6.1. Introducción.
    - 6.6.2. Aplicación.
    - 6.6.3. Observaciones Finales
    - 6.6.4. Ejemplos Prácticos.

## VI. - ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

1. Exposición de la teoría con diferentes técnicas.
2. Discusión en grupo sobre aspectos resaltantes.
3. Resolución de ejercicios de aplicación práctica.

## VII. - MEDIOS AUXILIARES

1. Equipo Multimedia
2. Pizarra y pincel.
3. Materiales Didácticos
4. Material Bibliográfico..

## VIII. - EVALUACIÓN

1. . Requisitos para el examen final
  - 1.1. Dos pruebas parciales
2. Examen final
  - 2.1. Para la calificación final se tendrá en cuenta.
  - 2.2. Examen final (60%)
3. La nota final estará de acuerdo a lo establecido por el Consejo Directivo de la Facultad Politécnica

## IX. - BIBLIOGRAFÍA

- Alves Filho, A. (2012). *Elementos Finitos a base de Tecnología CAE*. (7ª ed.). São Paulo: Érica.
- Da Silva Castro Sobrinho, A. (2006). *Introducción al Método de los Elementos Finitos*. Editora Ciencia Moderna.

## MATERIALES BIBLIOGRÁFICOS DISPONIBLES EN LA BIBLIOTECA DE LA FACULTAD POLITÉCNICA

- Beer, F. P., Russell Johnston, E. & Cornwell, P.J. (2013). *Mecánica vectorial para ingenieros : dinámica*. (10ª ed.). México : McGraw Hill Education.
- [Beer, F. P., Russell Johnston, E. & Mazurek, D. F.](#) (2013). *Mecánica vectorial para ingenieros : estática*. (10ª ed.). México : McGraw Hill Education.
- Chandrupatla, T. R. & Belegundu, A. D. (1999). *Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería*. (2ª ed.). México : Prentice Hall.
- [Dorsey, J.](#) (2005). *Sistemas de control continuos y discretos*. México : McGraw-Hill.
- [Soliman, S. S. & Srinath, M. D.](#) (1999). *Señales y sistemas : Continuos y discretos*. (2º ed.). Madrid : Prentice Hall.

## RECURSOS DISPONIBLES A TRAVÉS DE CICC0

- González-Estrada, O. A., Natarajan, S., & Graciano, C. (2017). Reconstrucción de tensiones para el método de elementos finitos con mallas poligonales. *UIS Ingenierías*, 16(1), 23-33.

## RECURSOS DISPONIBLES A TRAVÉS DE COLECCIONES MHE

- Budynas, R. G., & Nisbett, J. K. (2012). *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley* (9a. ed.). México, D.F., MX: McGraw-Hill Interamericana.