

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN**  
**FACULTAD POLITÉCNICA**  
**INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LOS MATERIALES**  
**PLAN 2010**  
**PROGRAMA DE ESTUDIOS**

Resolución 25/09/20-00 Acta 1217/05/05/2025  
ANEXO 05

**I. - IDENTIFICACIÓN**

- |      |                         |                             |
|------|-------------------------|-----------------------------|
| 1.   | Asignatura              | : Electiva - Álgebra Lineal |
| 2.   | Horas semanales         | : 7 horas                   |
| 2.1. | Clases teóricas         | : 4 horas                   |
| 2.2. | Clases prácticas        | : 3 horas                   |
| 3.   | Total de horas cátedras | : 112 horas                 |
| 3.1. | Clases teóricas         | : 64 horas                  |
| 3.2. | Clases prácticas        | : 48 horas                  |

**II. - JUSTIFICACIÓN**

El Álgebra Lineal es fundamental en Ingeniería de los Materiales por su aplicación en modelado computacional, caracterización de materiales y optimización de propiedades. Permite analizar estructuras cristalinas mediante matrices, resolver sistemas de ecuaciones para predecir comportamientos mecánicos y térmicos, y procesar datos experimentales como difracción de rayos X, usando descomposiciones matriciales. Su integración con métodos numéricos permite abordar problemas complejos en el diseño y caracterización de materiales.

**III. - OBJETIVOS**

- 3.1. Resolver sistemas de ecuaciones mediante matrices.
- 3.2. Analizar los posibles casos que puedan presentarse al resolver sistemas de ecuaciones.
- 3.3. Aplicar el concepto de espacio vectorial para el estudio de los elementos matemáticos.
- 3.4. Aplicar los operadores lineales en diversas transformaciones.
- 3.5. Comprender los conceptos que integran el estudio del Álgebra Lineal para su aplicación en otros temas.

**IV. - PRE - REQUISITO**

No tiene.

**V. - CONTENIDO**

**5.1. Unidades programáticas**

- 5.1.1. Matrices.
- 5.1.2. Espacios vectoriales.
- 5.1.3. Transformaciones lineales.
- 5.1.4. Valores propios, vectores propios y formas canónicas.

**5.2. Desarrollo de las unidades programáticas**

- 5.2.1. Matrices
  - 5.2.1.1. Definición.
  - 5.2.1.2. Orden.
  - 5.2.1.3. Igualdad de matrices.
  - 5.2.1.4. Operaciones con matrices.
    - 5.2.1.4.1. Suma de matrices.
    - 5.2.1.4.2. Multiplicación de una matriz por un escalar.
    - 5.2.1.4.3. Multiplicación de dos matrices.
      - 5.2.1.4.3.1. Propiedad asociativa.
      - 5.2.1.4.3.2. Propiedad distributiva.
  - 5.2.1.5. Matriz transpuesta.
    - 5.2.1.5.1. Propiedades.
    - 5.2.1.5.2. Matriz simétrica.
  - 5.2.1.6. Operaciones elementales entre filas.
    - 5.2.1.6.1. Definición.
    - 5.2.1.6.2. Matrices equivalentes.
    - 5.2.1.6.3. Matrices escalonadas.
    - 5.2.1.6.4. Rango de una matriz.
  - 5.2.1.7. Matrices elementales.
    - 5.2.1.7.1. Definición.
    - 5.2.1.7.2. Propiedades.
  - 5.2.1.8. Matrices Inversas.
    - 5.2.1.8.1. Definición.



- 5.2.1.8.2. Relación entre matrices elementales y matrices inversas.
- 5.2.1.8.3. Condición para que una matriz cuadrada sea invertible.
- 5.2.1.9. Matriz triangular superior y matriz triangular inferior.
- 5.2.1.10. Sistemas de ecuaciones lineales.
  - 5.2.1.10.1. Representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales.
  - 5.2.1.10.2. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
    - 5.2.1.10.2.1. Sistema con solución única.
    - 5.2.1.10.2.2. Sistema con infinitas soluciones.
    - 5.2.1.10.2.3. Sistema sin solución.
    - 5.2.1.10.2.4. Sistemas equivalentes y condiciones para que un sistema tenga solución única, tenga infinitas soluciones o no tenga soluciones.
  - 5.2.1.11. Sistema de ecuaciones con  $n$  incógnitas.
    - 5.2.1.11.1. Eliminación por regiones.
    - 5.2.1.11.2. Eliminación de Gauss-Jordan.
    - 5.2.1.11.3. Sistemas consistentes e inconsistentes.
    - 5.2.1.11.4. Eliminación gaussiana.
    - 5.2.1.11.5. Sistemas de ecuaciones homogéneas.
      - 5.2.1.11.5.1. Soluciones triviales.
      - 5.2.1.11.5.2. Soluciones no triviales.
      - 5.2.1.11.5.3. Infinitas soluciones.
  - 5.2.1.12. Factorizaciones LU de una matriz.
    - 5.2.1.12.1. Teorema de factorización LU.
    - 5.2.1.12.2. Uso de la factorización LU para resolver sistemas de ecuaciones.
    - 5.2.1.12.3. Matriz de permutación PA.
    - 5.2.1.12.4. Relaciones entre PA y LU.
  - 5.2.1.13. Determinantes.
    - 5.2.1.13.1. Definición.
    - 5.2.1.13.2. Propiedades.
    - 5.2.1.13.3. Cálculo de determinantes.
    - 5.2.1.13.4. Condiciones para que una matriz sea invertible.
    - 5.2.1.13.5. Interpretación geométrica del determinante de una matriz de orden 2.
    - 5.2.1.13.6. Menor de una matriz.
    - 5.2.1.13.7. Cofactor de una matriz.
    - 5.2.1.13.8. Adjunta.
    - 5.2.1.13.9. Cálculo de la inversa de una matriz utilizando la adjunta y el determinante.
    - 5.2.1.13.10. Regla de Cramer.
- 5.2.2. Espacios vectoriales.
  - 5.2.2.1. Definición.
  - 5.2.2.2. Axiomas.
  - 5.2.2.3. Ejemplos de espacios vectoriales.
  - 5.2.2.4. Sub-espacios.
    - 5.2.2.4.1. Definición.
    - 5.2.2.4.2. Condiciones para que un subconjunto sea un sub-espacio.
    - 5.2.2.4.3. Ejemplos.
    - 5.2.2.4.4. Intersección de dos sub-espacios.
  - 5.2.2.5. Combinación lineal.
    - 5.2.2.5.1. Definición.
    - 5.2.2.5.2. Conjunto generador.
    - 5.2.2.5.3. Espacio generador por un conjunto de vectores.
  - 5.2.2.6. Independencia lineal.
    - 5.2.2.6.1. Vectores linealmente independientes.
    - 5.2.2.6.2. Vectores linealmente dependientes.
  - 5.2.2.7. Interpretación geométrica de la dependencia lineal en  $R^3$ .
  - 5.2.2.8. Condiciones para que un conjunto de  $n$  vectores sea linealmente dependiente.
    - 5.2.2.8.1. Base.
      - 5.2.2.8.1.1. Definición.
      - 5.2.2.8.1.2. Base canónica.
      - 5.2.2.8.1.3. Dimensión de un espacio vectorial.
      - 5.2.2.8.1.4. Base para el espacio de solución de un sistema homogéneo.
  - 5.2.2.9. Rango, nulidad, espacio de los regiones y espacios de las columnas de una matriz.
    - 5.2.2.9.1. Espacio nulo (kernel).
    - 5.2.2.9.2. Nulidad de una matriz.
    - 5.2.2.9.3. Imagen de una matriz.
    - 5.2.2.9.4. Rango de una matriz.
    - 5.2.2.9.5. Espacio de los regiones de una matriz.
    - 5.2.2.9.6. Espacio de las columnas de una matriz.
  - 5.2.2.10. Cambio de base.
    - 5.2.2.10.1. Concepto.
    - 5.2.2.10.2. Matriz transición.
    - 5.2.2.10.3. Procedimiento para encontrar la matriz transición de la base canónica a otra base.
  - 5.2.2.11. Producto Interno.
    - 5.2.2.11.1. Definición.
    - 5.2.2.11.2. Ejemplos.
    - 5.2.2.11.3. Propiedades.
  - 5.2.2.12. Bases ortonormales y proyecciones en  $R^n$ .
    - 5.2.2.12.1. Conjunto ortonormal.
    - 5.2.2.12.2. Longitud o norma de un vector.
    - 5.2.2.12.3. Proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt.



- 5.2.2.12.4. Matriz ortogonal.
- 5.2.3. Transformaciones lineales.
  - 5.2.3.1. Definición.
  - 5.2.3.2. Notación.
  - 5.2.3.3. Clases de transformaciones (ejemplos).
  - 5.2.3.4. Propiedades de las transformaciones lineales.
    - 5.2.3.4.1. Teoremas.
    - 5.2.3.4.2. Imagen.
    - 5.2.3.4.3. Núcleo.
  - 5.2.3.5. Representación matricial de una transformación lineal.
    - 5.2.3.5.1. Teoremas.
    - 5.2.3.5.2. Matriz de transformación.
      - 5.2.3.5.2.1. Definición.
      - 5.2.3.5.2.2. Propiedades.
      - 5.2.3.5.2.3. Teoremas.
  - 5.2.3.6. Geometría de las transformaciones lineales de  $R^2$  en  $R^2$ .
  - 5.2.3.7. Isomorfismos.
    - 5.2.3.7.1. Transformación inyectiva (o transformación uno a uno).
    - 5.2.3.7.2. Transformación suprayectiva (o transformación sobre).
    - 5.2.3.7.3. Definición de isomorfismo.
    - 5.2.3.7.4. Espacios vectoriales isomorfos.
    - 5.2.3.7.5. Propiedades.
    - 5.2.3.7.6. Teoremas.
- 5.2.4. Valores propios, vectores propios.
  - 5.2.4.1. Definición.
  - 5.2.4.2. Valores y vectores propios de matrices dadas.
  - 5.2.4.3. Ecuación cartesiana.
  - 5.2.4.4. Polinomio característico.
  - 5.2.4.5. Espacio propio.
  - 5.2.4.6. Teoremas.
  - 5.2.4.7. Procedimiento para calcular valores y vectores propios.
  - 5.2.4.8. Multiplicidades algebraica y geométrica.

## VI. - ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

- 6.1. Clases expositivas participativas.
- 6.2. Técnicas individuales y grupales para resolución de ejercicios.
- 6.3. Elaboración y presentación de trabajos prácticos.

## VII. - MEDIOS AUXILIARES

- 7.1. Pizarra.
- 7.2. Marcadores y borrador de pizarra.
- 7.3. Borrador de pizarra.
- 7.4. Materiales bibliográficos.
- 7.5. Equipo multimedia.

## VIII. - EVALUACIÓN

La evaluación se realizará de acuerdo a las reglamentaciones vigentes de la Facultad Politécnica FP- UNA.

## IX. - BIBLIOGRAFÍA

- ☐ Apostol, T. M. (1980). *Calculus*. Volumen II. (2ª Ed.). Barcelona: Reverté.
- ☐ Lipschultz, S. (1999). *Álgebra Lineal*. (2ª Ed.). España: McGraw-Hill.
- ☐ Marcus, M. & Minc, H. (1973). *Elementos de Álgebra Lineal*. México: Limusa.
- ☐ Mostow, G. D. & Sampson, J. H. (1972). *Álgebra Lineal*. México: McGraw-Hill.
- ☐ Paige, L. J. & Swift, J. (1967). *Elementos de Álgebra Lineal*. España: Reverté.

## DIPONIBLES EN LA COLECCIÓN DE LA BIBLIOTECA DE LA FP-UNA

- ☐ Anton, H. (2016). *Introducción al álgebra lineal*. (5ª Ed.). México: Limusa.
- ☐ Burgos Román, J. (2006). *Álgebra lineal y geometría cartesiana*. (3ª Ed.). Madrid: McGraw-Hill.
- ☐ Delvalle Sotelo, J. C. (2012). *Álgebra lineal para estudiantes de Ingeniería y ciencias*. México: McGraw-Hill.
- ☐ Grossman S., S. I. & Flores, Godoy. J. J. (2012). *Álgebra lineal* (7ª Ed.). México: McGraw-Hill.
- ☐ Hernández Rodríguez, E., Vázquez Gallo, M. J. & Zurro Moro, M.A. (2012). *Álgebra lineal y geometría*. (3ª Ed.) Madrid: Pearson Educación.
- ☐ Larson, R. (2013). *Fundamentos de álgebra lineal*. (7ª Ed.). México: CENGAGE Learning.
- ☐ Lay, D. C. (2012). *Álgebra lineal y sus aplicaciones* (4ª Ed.). México: México
- ☐ Nicholson, W. K. (2003). *Álgebra lineal con aplicaciones*. (4ª Ed.). Madrid: McGraw-Hill.
- ☐ Poole, D. (2011). *Álgebra lineal, una introducción moderna*. (3ª Ed.). México: CENGAGE Learning.



*[Handwritten signature]*

*[Handwritten signature]*