



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD POLITÉCNICA
CONSEJO DIRECTIVO

Campus de la UNA
SAN LORENZO-PARAGUAY

RESOLUCIÓN 24/25/32-00
ACTA 1207/09/12/2024

“POR LA CUAL SE APRUEBA EL PROGRAMA DE ESTUDIO DE LA ASIGNATURA CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES, DE CARRERAS DE GRADO DE LA FP-UNA”

VISTO: El Memorando DA/2379/2024 del Director Académico de la FP-UNA, Prof. MSc. Felipe Santiago Uzabal Escurra, con el cual remite el Memorando CCPTCC/034/2024 de la Comisión Coordinadora del Proyecto de Transformación Curricular de Carreras de Grado de la FP-UNA, en el que presenta la propuesta de Programa de Estudio de Asignatura de las Carreras de Grado.

CONSIDERANDO: La Ley 4995/2013 de Educación Superior, el Estatuto de la Universidad Nacional de Asunción y las deliberaciones sobre el tema.

Que la Comisión Coordinadora del Proyecto de Transformación Curricular de Carreras de Grado, solicita la aprobación del Programa de Estudio de la asignatura “**Cálculo de Varias Variables**”, la cual es común entre Carreras de Grado de la FP-UNA, cuyos planes de estudios ya fueron aprobados por el Consejo Superior Universitario.

**EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD POLITÉCNICA
RESUELVE:**

24/25/32-01 APROBAR el Programa de Estudio de la Asignatura “**Cálculo de Varias Variables**”, detallado en el ANEXO 18 de la presente Acta.

24/25/32-02 COMUNICAR, copiar y archivar.

Prof. Abg. Joel Arsenio Benítez Santacruz
Secretario

Prof. Ing. Silvia Teresa Leiva León, MSc.
Presidenta





Campus de la UNA
SAN LORENZO-PARAGUAY

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ASUNCIÓN
FACULTAD POLITÉCNICA
CONSEJO DIRECTIVO

Resolución 24/25/32-00 Acta 1207/09/12/2024
ANEXO 18

DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE CIENCIAS BÁSICAS
PROGRAMA DE ESTUDIO

I. IDENTIFICACIÓN

Asignatura	Cálculo de Varias Variables				
Carrera	Plan	Sede/Filial	Carácter	Semestre	Prerrequisitos
Ingeniería en Sistemas de Producción	2023	Sede San Lorenzo	Obligatoria	Segundo	Cálculo de una Variable, Geometría Analítica y Vectores.
Ingeniería en Informática	2023	Sede San Lorenzo	Obligatoria	Tercero	Cálculo de una Variable, Geometría Analítica y Vectores.
Ingeniería Eléctrica	2023	Sede San Lorenzo	Obligatoria	Segundo	Cálculo de una Variable, Geometría Analítica y Vectores.
Licenciatura en Electricidad	2024	Sede San Lorenzo/ Filial Villarrica	Obligatoria	Segundo	Cálculo de una Variable, Geometría Analítica y Vectores.
Ingeniería Aeroespacial	2024	Sede San Lorenzo	Obligatoria	Segundo	Cálculo de una Variable, Geometría Analítica y Vectores.
Ingeniería de Materiales	2024	Sede San Lorenzo	Obligatoria	Segundo	Cálculo de una Variable, Geometría Analítica y Vectores.
Ingeniería en Energía	2024	Sede San Lorenzo	Obligatoria	Segundo	Cálculo de una Variable, Geometría Analítica y Vectores.
Licenciatura en Ciencias Atmosféricas	2024	Sede San Lorenzo	Obligatoria	Segundo	Cálculo de una Variable, Geometría Analítica y Vectores.
Horas semanales	4				
Total de horas teóricas semestral					
Total de horas prácticas semestral					
Total de horas semestral	72				
Valor en créditos académicos	La valoración en créditos académicos será comunicada en su oportunidad, ajustada al reglamento para la aplicación del Sistema Nacional de Créditos Académicos – Paraguay en la UNA; ajuste que se encuentra en proceso de elaboración conforme a las disposiciones de la Resolución CONES N° 221/2024, en su artículo N° 10.				
Actualización	Al egreso de la primera cohorte.				

II. FUNDAMENTACIÓN

El Cálculo de varias variables proporciona las herramientas matemáticas necesarias para abordar problemas complejos y multidimensionales. Estos conceptos son fundamentales para el modelado y análisis de sistemas, la optimización de diseños y el desarrollo de tecnologías innovadoras. Al comprender estos principios, pueden analizar fenómenos físicos, simular comportamientos de sistemas y optimizar recursos de manera efectiva, fomentando así habilidades críticas y analíticas necesarias para enfrentar los desafíos del mundo actual. Esta base matemática es fundamental para otras asignaturas más avanzadas, como las Ecuaciones Diferenciales y el Cálculo Avanzado, entre otros.

En relación a la naturaleza de la asignatura, se aborda de manera teórico-práctica, se combinarán conceptos teóricos con ejercicios prácticos. La organización de la asignatura se basa en los ejes temáticos, se incluyen conceptos fundamentales como: Funciones de varias variables. Derivadas y diferenciales de funciones de varias variables. Análisis de funciones de varias variables. Integrales múltiples. Funciones vectoriales. Operadores diferenciales. Integrales curvilíneas. Integrales de superficie. Operaciones integrales. Coordenadas curvilíneas.

III. COMPETENCIAS DEL PERFIL DE EGRESO ASOCIADAS

1. Liderar y trabajar en equipo con eficacia y responsabilidad tomando decisiones basadas en evidencias.
2. Actualizarse permanentemente mediante la obtención y gestión autónoma de información de calidad, utilizando tecnología de la información y comunicación.
3. Planificar, proyectar, diseñar y ejecutar proyectos sostenibles e integrales para la resolución de problemas, la mejora y la innovación en el ámbito de la carrera.
4. Modelar, interpretar y comunicar información pertinente referida a las ciencias aplicadas y tecnológicas en forma gráfica.

IV. ORGANIZACIÓN DE LA ASIGNATURA

Unidades	Contenidos	Resultados de aprendizaje
1. Funciones de varias variables.	1.1. Funciones de varias variables. 1.1.1. Definición de función de varias variables. 1.1.2. Dominio de definición. 1.1.3. Rango o recorrido. 1.1.4. Líneas y superficies de nivel. 1.1.5. Representación gráfica de funciones de dos variables. 1.2. Límite y continuidad. 1.3. Derivadas parciales. 1.3.1. Definición. 1.3.2. Interpretación geométrica. 1.4. Diferenciales. 1.5. Regla de la cadena para funciones de varias variables. 1.6. Diferenciación implícita. 1.7. Derivadas direccionales y el vector gradiente. 1.8. Planos tangentes y rectas normales. 1.9. Extremos de funciones de	1. Analiza funciones de varias variables, identificando su dominio de definición, graficando líneas y superficies de nivel, y representando gráficamente funciones de dos variables mediante herramientas adecuadas. 2. Calcula las derivadas parciales funciones de varias variables utilizando los procedimientos adecuados. 3. Determina planos tangentes y rectas normales a superficies en puntos específicos, aplicando los conceptos de derivadas parciales y el vector gradiente. 4. Resuelve problemas de optimización mediante el análisis de extremos de funciones de varias variables.



Unidades	Contenidos	Resultados de aprendizaje
	varias variables 1.9.1. Extremos relativos. 1.9.2. Puntos críticos. 1.9.3. Prueba de las segundas derivadas parciales. 1.9.4. Extremos absolutos en un conjunto cerrado y acotado. 1.9.5. Problemas de optimización. 1.9.6. Multiplicadores de Lagrange. 1.9.7. Problemas de optimización con restricciones.	
2. Integrales múltiples.	2.1. Integrales dobles. 2.1.1. Integrales dobles en coordenadas rectangulares. 2.1.2. Integrales dobles en coordenadas polares. 2.1.3. Aplicaciones de las integrales dobles 2.1.3.1. Área de una región plana 2.1.3.2. Volumen 2.1.3.3. Área de superficie. 2.2. Integrales triples. 2.2.1. Integrales triples en coordenadas rectangulares. 2.2.2. Integrales triples en coordenadas cilíndricas. 2.2.3. Integrales triples en coordenadas esféricas. 2.2.4. Aplicación de las integrales triples en el cálculo de volumen de un sólido. 2.3. Cambio de variables en integrales múltiples 2.3.1. Jacobiano. 2.3.2. Teorema de cambio de variables.	1. Evalúa las integrales múltiples aplicando la integración iterada. 2. Calcula integrales múltiples en diferentes sistemas de coordenadas aplicando el cambio de variables apropiado en la evaluación de estas integrales. 3. Determina áreas de regiones planas, volumen y áreas de superficies aplicando las integrales múltiples.
3. Funciones vectoriales.	3.1. Funciones vectoriales de una variable real. 3.1.1. Curvas en el espacio. 3.1.2. Límites y continuidad de una función vectorial de variable real. 3.1.3. Derivadas e integrales de funciones vectoriales. 3.1.4. Integrales de funciones vectoriales. 3.1.5. Longitud de arco. 3.1.6. Vectores tangentes y vectores normales. 3.1.7. Curvatura y torsión.	1. Describe curvas en el espacio mediante funciones vectoriales y ecuaciones paramétricas. 2. Determina la derivada de funciones vectoriales interpretando su significado físico y geométrico. 3. Aplica la integral de funciones vectoriales en la resolución de problemas. 4. Reconoce campos vectoriales conservativos identificando condiciones que caracterizan a estos campos. 5. Interpreta geoméricamente la divergencia de un campo vectorial en un



Unidades	Contenidos	Resultados de aprendizaje
	3.2. Campos vectoriales. 3.2.1. Límites y continuidad de campos vectoriales. 3.2.2. Derivadas parciales de campos vectoriales. 3.2.3. Campos vectoriales conservativos. 3.3. Operadores diferenciales. 3.3.1. Operador diferencial vectorial nabra. 3.3.2. Divergencia. 3.3.3. Rotacional. 3.3.4. Laplaciano.	punto específico describiendo su relación con el flujo que entra o sale de una región. 6. Relaciona el rotacional de un campo vectorial con la tendencia de rotación o vorticidad en un fluido.
4. Integrales curvilíneas y de superficie.	4.1. Integrales curvilíneas. 4.1.1. Integrales curvilíneas de funciones escalares. 4.1.2. Integrales curvilíneas de campos vectoriales. 4.1.3. Teorema fundamental de integrales de línea. 4.1.4. Teorema de Green. 4.2. Integrales de superficie. 4.2.1. Superficies paramétricas. 4.2.2. Integrales de superficie de una función escalar. 4.2.3. Integrales de superficie de campos vectoriales. 4.3. Relaciones entre integrales. 4.3.1. Teorema de Stokes. 4.3.2. Teorema de la divergencia.	1. Calcula las integrales curvilíneas utilizando la parametrización adecuada de la curva. 2. Interpreta las integrales curvilíneas de campos vectoriales como el trabajo realizado por una fuerza. 3. Aplica el Teorema fundamental de integrales de líneas en el cálculo de integrales de líneas. 4. Utiliza el Teorema de Green transformando una integral de línea en una integral doble sobre la región delimitada por la curva. 5. Calcula las integrales de superficie mediante integrales dobles. 6. Interpreta las integrales de superficies de campos vectoriales como el flujo del campo vectorial a través de una superficie. 7. Utiliza el Teorema de Stokes relacionando integrales de superficie de campos vectoriales con integrales de línea a lo largo de la frontera de la superficie. 8. Aplica el Teorema de la divergencia en el cálculo de flujo de un campo vectorial a través de una superficie cerrada mediante la divergencia del campo en el volumen encerrado. 9. Interpreta el Teorema de Stokes y el Teorema de la divergencia como versiones generalizadas del Teorema de Green en el plano.
5. Coordenadas curvilíneas.	5.1. Transformación de coordenadas. 5.2. Coordenadas curvilíneas ortogonales.	1. Aplica las transformaciones de coordenadas que relacionan diferentes sistemas de coordenadas. 2. Identifica las coordenadas curvilíneas

Unidades	Contenidos	Resultados de aprendizaje
	5.3. Vectores unitarios en el sistema de coordenadas curvilíneas. 5.4. Elementos de línea y de volumen. 5.5. Gradiente, divergencia y rotacional. 5.6. Sistemas de coordenadas ortogonales. 5.6.1. Coordenadas cilíndricas. 5.6.2. Coordenadas esféricas.	ortogonales describiendo sus propiedades. 3. Halla los vectores unitarios en los distintos sistemas de coordenadas curvilíneas relacionando con los vectores unitarios del sistema de coordenadas rectangulares. 4. Determina elementos de línea y de volumen en diferentes sistemas de coordenadas para su aplicación en integrales múltiples e integrales curvilíneas. 5. Determina el gradiente, la divergencia y el rotacional en coordenadas curvilíneas ortogonales. 6. Utiliza las coordenadas curvilíneas ortogonales en la solución de problemas.

V. ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS

En el desarrollo del programa se aplicarán estrategias didácticas conducentes a la apropiación teórica y la ejecución práctica de procesos y procedimientos, a saber:

- **Aprendizaje basado en problemas:** exposición por parte del docente de los conceptos básicos por unidad, con materiales de lectura y ejemplos orientados a la enseñanza de las competencias específicas de la asignatura. El estudiante buscará resolver un problema a través del conocimiento que adquirió en el aula.
- **Aprendizaje basado en proyectos:** el docente propondrá la realización de un proyecto que involucre todos los resultados de aprendizaje de la materia. De esta forma el estudiante participa activamente en su aprendizaje, desarrollando diferentes habilidades para solucionar un problema a través de este proyecto.
- **Aula invertida:** metodología donde se diseña la enseñanza y que el estudiante pueda aprender y documentarse sobre los temas de trabajo, posteriormente, en clase se realizan las actividades de aprendizaje y permite al docente ser facilitador y orientador para la comprensión del contenido.
- **Estrategias y técnicas de enseñanzas grupales:** panel, foro, entrevista, simposio, taller, seminario, mesa redonda, entre otros.

La elección particular de la estrategia didáctica aplicada será explícita en el plan de clases, de acuerdo con el perfil de los estudiantes, los recursos disponibles y el contexto educativo.

VI. ESTRATEGIAS EVALUATIVAS

Las estrategias evaluativas serán elegidas por el docente, antes de cada inicio de semestre, las cuales tendrán en cuenta el modelo pedagógico institucional. Serán declaradas en la planificación del periodo académico y estarán regidas por la reglamentación vigente, en ese sentido se podrá tener en cuenta trabajos prácticos, test de evaluación, cuestionarios en línea, pruebas escritas y otras más que puedan ser utilizadas de acuerdo con la naturaleza de la asignatura y el resultado de aprendizaje esperado.

Con fines de calificación y promoción se aplicará la normativa sobre evaluación vigente en la institución que prevé valoraciones de proceso y final.

VII. MEDIOS AUXILIARES

Aula virtual, pizarrón, proyector, marcadores, equipo de audio, wifi, plataformas para videoconferencias, aplicaciones, software, etc.

VIII. BIBLIOGRAFÍA

- Leithold, L. (1998). El cálculo (7.ª ed.). México D.F.: Grupo Mexicano MAPASA.
- Marsden, J. E., & Tromba, A. J. (2004). Cálculo vectorial (5.ª ed.). Madrid: Pearson Educación S.A.
- Spiegel, M. R., Lipschutz, S., & Spellman, D. (2011). Cálculo de varias variables (2.ª ed.). México D.F.: McGraw-Hill.
- Stewart, J. (2012). Cálculo de varias variables: Trascendentes tempranas (7.ª ed.). México D.F.: Cengage Learning.
- Thomas, G. B. (2010). Cálculo. Varias variables. [Falta información del editor y ciudad, completarla si es posible].
- Zill, D. G., & Wright, W. S. (2011). Cálculo de varias variables (4.ª ed.). México D.F.: McGraw-Hill.

